INSTITUCIÓN EDUCATIVA

INEM Jorge Isaacs

Unidos en el amor formamos la mejor institución

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA GRADO DÉCIMO

TRIGONOMETRIA SEGUNDO PERIODO

Guía de aprendizaje segundo periodo: Matemáticas Décimo

Esperando que todos los estudiantes y sus familias se encuentren muy bien de salud en estos tiempos difíciles para todos "**Dios los bendiga**"

Docentes: Juan Carlos Llantén, Fernando Bastidas, Paulo Cesar Dávalos, Javier Ochoa, José Nolberto Patiño, David Salgado, Mayerlyn Chavarro, Juan José Jaramillo

Periodo académico: **Segundo periodo**.

Estándar: Analizo en representaciones algebraicas, gráficas y fórmulas los comportamientos de la ley del seno y la ley del coseno elementales de la matemática.

Derechos básicos de aprendizaje: Comprende y utiliza la ley del seno y la ley del coseno para resolver problemas de matemáticas y otras disciplinas que involucren triángulos no rectángulos. (DBA#12)

Niveles de desempeño:

Básico: Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario y graficas de funciones.

Plantea o identifica una pregunta cuya solución requiera la realización de un experimento aleatorio.

Alto: Justifica el cómo y por qué para llegar a una solución de situaciones problema que involucran triángulos de cualquier clase.

Justifica la diferencia básica entre combinaciones y permutaciones en situaciones problema

Superior: Justifica la elección de métodos e instrumentos para la solución de un problema en contextos geométricos y trigonométricos.

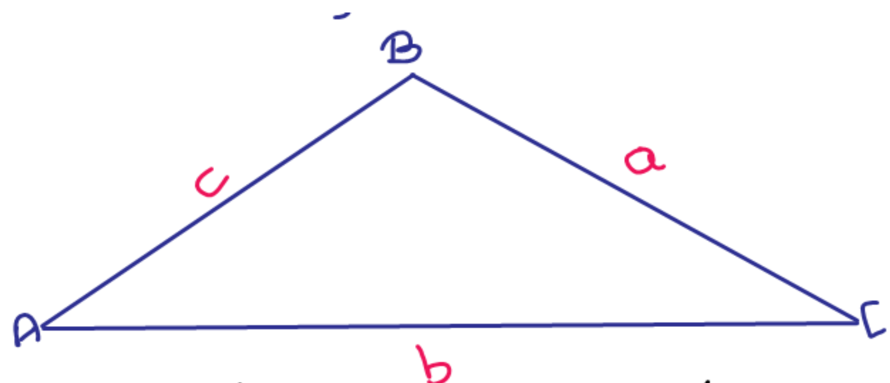
Desarrolla y aplica diferentes estrategias para la solución de un problema que involucran situaciones con triángulos de diferentes clases.

Desarrolla y aplica las diferentes estrategias para la solución de situaciones que involucran probabilidad y combinatoria.

LEY DE SENOS

PROPOSITO UNO: comprendo y utilizo la ley de senos para resolucionar situaciones en contexto trigonométrico.

EXPLICACION: En la cotidianidad es muy usual que se resuelvan triángulos rectángulos, pero en realidad los triángulos que se utilizan no necesariamente son rectángulos, estos triángulos son por lo general oblicuos; y para solucionarlos es indispensable utilizar la ley de los senos; esta ley es la encargada de relacionar las longitudes de los lados de un triángulo no rectángulo con sus ángulos opuestos y esta relación se presenta de la siguiente manera.



La ley de senos: plantea la siguiente relación

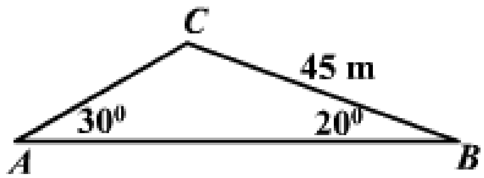
$$\frac{\operatorname{Sen} A}{a} = \frac{\operatorname{Sen} B}{b} = \frac{\operatorname{Sen} C}{c}$$

A, B, C son los Angulos
a, b, C son las longitudes de los lados del triángulo

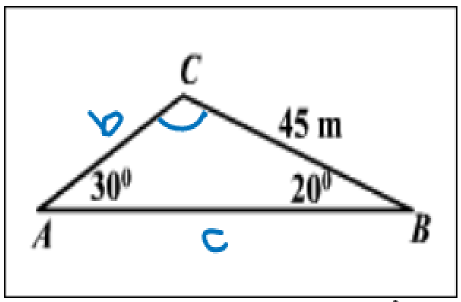
Casos para utilizar la ley de los senos

- Cuando se conozcan dos ángulos y la longitud de uno de los lados opuestos a esos ángulos.
- Cuando se conozcan dos ángulo y la longitud del lado que forman dichos ángulos
- Cuando se conozcan las longitudes de dos lados y un ángulo opuesto a uno de esos lados.

Ejemplo: Resolucionar el siguiente triangulo



Solucionar:



Notar que nos falta el valor del angulo C, la longitud de el lado b y del lado c

El valor del ángulo C lo determinamos así

$$\measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C = 180^\circ$$ La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°

$$30^\circ + 20^\circ + \measuredangle C = 180^\circ$$

Despejando a C

$$\measuredangle C = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ$$

$$\measuredangle C = 130^\circ$$

Planteando las relaciones nos queda: tomo los datos que se dan como referencia

$$\frac{\text{Sen } 30^\circ}{45} = \frac{\text{Sen } 20^\circ}{b}$$ Despejando a b

$$b \times \text{Sen } 30^\circ = 45 \times \text{Sen } 20^\circ$$

$$b = \frac{45 \times \text{Sen } 20^\circ}{\text{Sen } 30^\circ}$$ utilizando la calculadora

$$b = 30{,}78 \text{ m}$$

Para el lado c, Planteamos la siguiente relación

$$\frac{\text{Sen } 30^\circ}{45} = \frac{\text{Sen } 130^\circ}{c}$$ Despejando a c

$$c \times \text{Sen } 30^\circ = 45 \times \text{Sen } 130^\circ$$

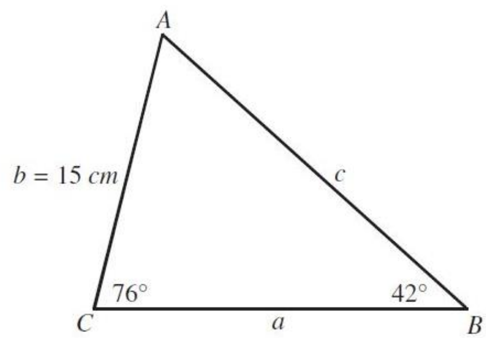
$$c = \frac{45 \times \text{Sen } 130^\circ}{\text{Sen } 30^\circ}$$

$$c = 68{,}94 \text{ m}$$

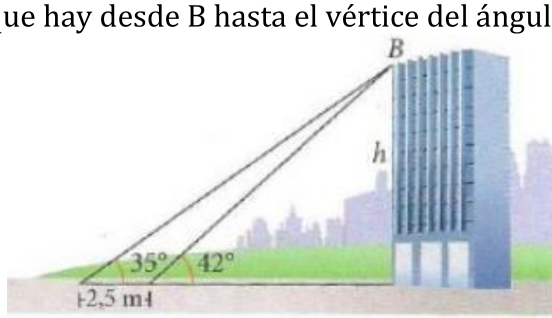
Debido a esto nos queda el ejercicio resuelto así c=68,94m, b=30,78m y <C=130°

Actividad número uno ley de senos

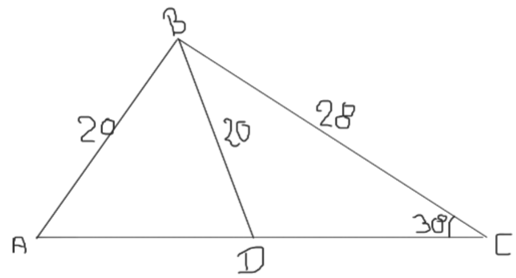
1. Para encontrar la distancia de un lado a otro de un rio, una topógrafa selecciona los punto A y B que están separados por 200 pies en un lado del rio, entonces ella escoge un punto de referencia C del lado opuesto del rio y determina que <BAC=82° y <ABC=52° Calcular la distancia A hasta C
2. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información a=30, c= 40 y <A= 37°
3. En el triángulo ABC, b=15 Cm, <B=42°, y <C=76°.Calcular la medida de los lados y ángulos restantes



4. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información <A=50°, <B=65° y c=230
5. Un piloto está volando sobre una carretera recta, El encuentra que los ángulos de depresión a dos postes indicadores de millas, a 5 m illas de distancia entre si tienen los valores de 32° y 48°, ¿determinar que distancia hay entre el aeroplano y el posta A?
6. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información <A=22°, <B= 95° y a=420
7. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información a=28, b=15 y <A=110°
8. Según el grafico la distancia que hay desde B hasta el vértice del ángulo de 35° es



9. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información a=75, b=100 <A=30°
10. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información <B=10°, <C=100° y c=115
11. Determinar todos los datos del triángulo que se muestra en la figura



12. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información b=25, c=30 y <B= 25°
13. Un satélite en órbita terrestre pasa directamente por encima de estaciones de observación en Phoenix y los Ángeles, a 340 millas de distancia. En un instante cuando el satélite esta entre esas dos estaciones, simultáneamente se observa que el ángulo de elevación es de 60° Phoenix y de 75 ° en los Ángeles. ¿A qué distancia está el satélite de los Ángeles?
14. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información <B29°, <C=51° y b=44
15. Utilizar la ley de senos para solucionar el triángulo que tiene loa siguiente información b=45, c=42 y <C=38°

LEY DE COSENOS

PROPOSITO DOS: comprendo y utilizo la ley de cosenos para resolucionar situaciones en contexto trigonométrico.

La **ley de los cosenos** es usada para encontrar las partes faltantes de un triángulo oblicuo (no rectángulo) cuando ya sea las medidas de dos lados y la medida del ángulo incluido son conocidas (LAL) o las longitudes de los tres lados (LLL) son conocidas. En cualquiera de estos casos, es imposible usar la ley de los senos porque no podemos establecer una proporción que pueda resolverse; esta ley establece

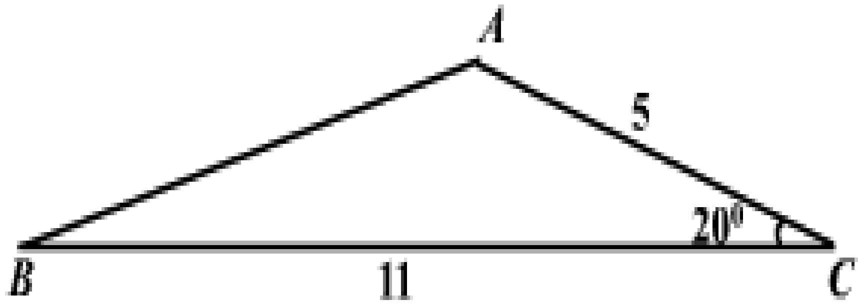
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

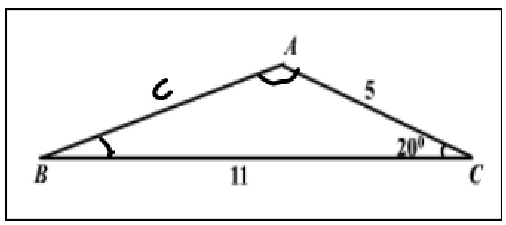
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

Esta ley es muy similar al teorema de Pitágoras.

Ejemplo: Resolucionar el siguiente triangulo



Solución:



En Este ejercicio debemos determinar el valor de el lado c y los Angulos ∢A y ∢B

Primero determinemos a c

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 20^\circ$$

Remplazando

$$c^2 = 11^2 + 5^2 - 2(11)(5)\cos 20^\circ$$

$$c = \sqrt{121 + 25 - 110 \cdot 0{,}94}$$

$$c = \sqrt{145 - 103{,}4}$$

$$c = \sqrt{41{,}6} = 6{,}45$$

En Este caso vamos a encontrar el valor $\measuredangle B$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

Reemplazando queda

$$5^2 = 11^2 + (6,45)^2 - 2(11)(6,45) \cos B$$

$$25 = 121 + 41,60 - 141,9 \cos B$$

$$25 = 162,60 - 141,9 \cos B$$

$$25 - 162,6 = -141,9 \cos B$$

$$-137,6 = -141,9 \cos B$$

$$\frac{-137,6}{-141,9} = \cos B \qquad B = \cos^{-1}(0,97)$$

$$0,97 = \cos B \Rightarrow \qquad B = 14,07^{\circ}$$

En esta parte determinaremos el $\measuredangle A$ y partimos de

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Reemplazando

$$11^2 = 5^2 + 6{,}45^2 - 2(5)(6{,}45)\cos A$$

$$121 = 25 + 41{,}6 - 64{,}5\cos A$$

$$121 = 66{,}6 - 64{,}5\cos A$$

$$121 - 66{,}6 = -64{,}5\cos A$$

$$54{,}4 = -64{,}5\cos A$$

$$\frac{54{,}4}{-64{,}5} = \cos A$$

En la calculadora para obtener el ángulo, primero presionamos la tecla **SHIFT** y luego la tecla **Cos** , para obtener el **Cos**$^{-1}$

$$-0{,}84 = \cos A$$

Despejamos el Angulo A

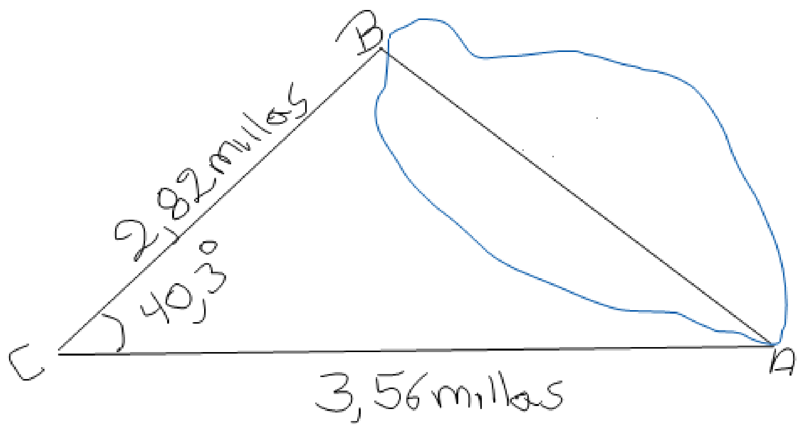
$$A = \cos^{-1}(-0{,}84)$$

$$A = 147{,}14^\circ$$

En este ejercicio los resultados son c= 6,45, <A= 147,14°, <B= 14,07°

Actividad número dos ley de cosenos

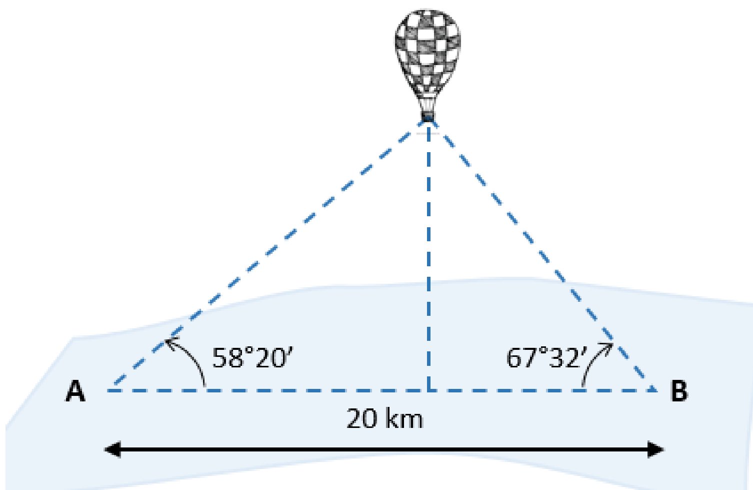
1. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC con <A=35°,c=20 y b=10
2. Para determinar la distancia a través de un pequeño lago, un topógrafo ha tomado las medidas que muestra el grafico. Encuentre la distancia a través del lago basándose en la información.



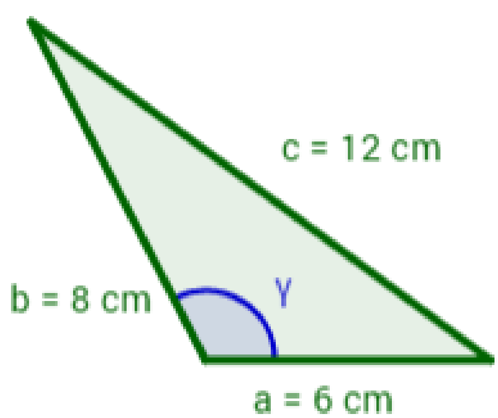
3. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC, a=3, b=4 y <C=53°
4. Un paralelogramo tiene lados de longitud 3y 5 y un ángulo de 50°, determine la longitud de las diagonales.
5. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC, <A=30°, <B=100°y b=50
6. Dos carreteras rectas se separan formando un angulo de 65°, dos carros salen de la intersección a las 2:00 Pm, uno viaja a razón de 50 Millas/hora; y el otro a 30 Millas/hora. ¿qué distancia los separa a las 2:30 Pm?
7. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC, b=125, c=162 <B=40°
8. Juan está haciendo volar dos cometas simultáneamente una de ellas tiene 380 pies de cordón y la otra 420 pies de cordón, se supone que el ángulo de separación de los dos cordones es de 30°¿calcule aproximadamente la distancia entre las cometas
9. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC, a=73,5, <B=61° y <C= 83°
10. Dos remolcadores que están separados 120 pies tiran de una barcaza, si la longitud de un cable es de 212 pies y el otro de 230 pies, ¿determinar el ángulo que forman los cables de los dos remolcadores?
11. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC, a=40, b=12 y c=44
12. Un ingeniero topógrafo que se le olvidó llevar su equipo de medición, desea calcular la distancia entre dos edificios. El ingeniero se encuentra en el punto A, y con los únicos datos que tiene hasta ahora son las distancias de él respecto a los otros edificios, 180 m y 210 m, respectivamente, también sabe que el

ángulo formado por los dos edificios y su posición actual "A" es de 39.4° ¿Qué distancia hay entre los dos edificios?

13. Utilizar la ley de cosenos para encontrar los datos restantes en el triángulo ABC, <C=98°, <B=25° y a=1000
14. La distancia entre 2 puntos A y B es de 20 km. Los ángulos de elevación de un globo con respecto a dichos puntos son de 58°20′ y 67°32′. ¿A qué altura del suelo se encuentran?



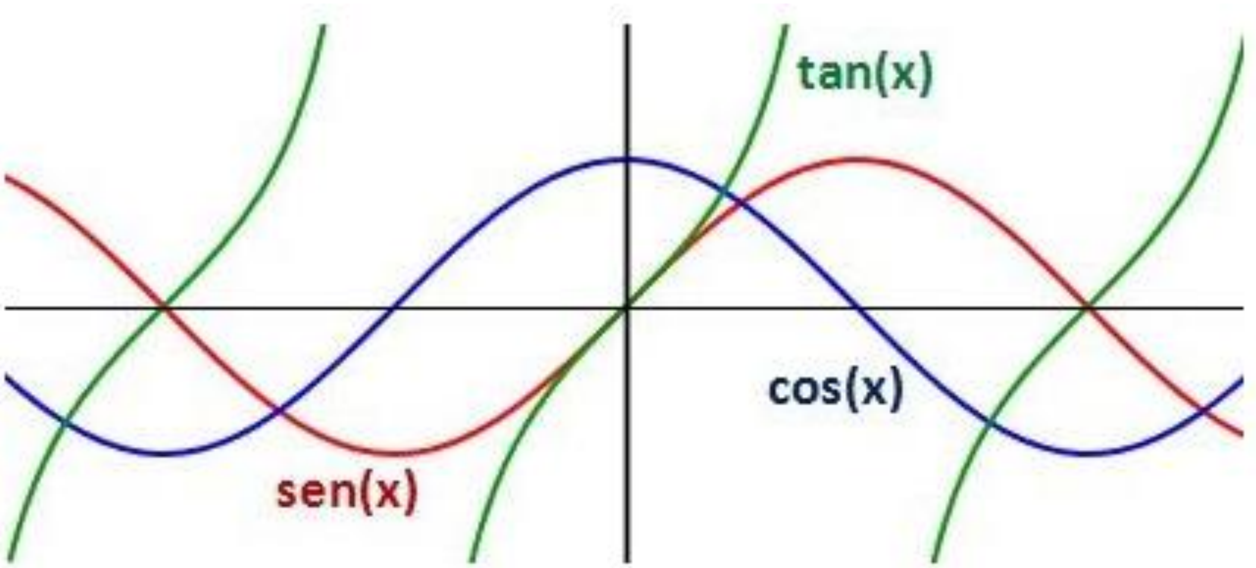
15. ¿Cuál es el valor del ángulo γ del siguiente triángulo si se sabe que los lados *a*, *b* y *c* miden 6, 8 y 12 cm respectivamente?



PROPOSITO TRES: interpreto, grafico las funciones trigonométricas, y las relaciono con las razones trigonométricas partiendo del círculo unitario.

Funciones trigonométricas

Las **funciones trigonométricas** *f* son aquellas que están asociadas a una razón trigonométrica.



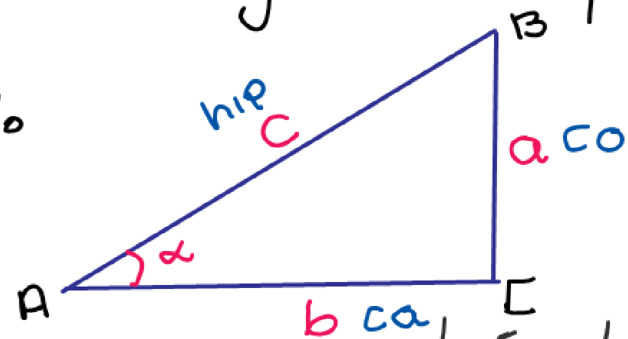
Las **razones trigonométricas** de un ángulo α son las obtenidas entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Es decir, las comparaciones por su cociente de sus tres lados *a*, *b* y *c*.

Recuerda que las abreviaturas son:

Seno ⇒ Sen
coseno ⇒ Cos
tangente ⇒ tan
cotangente ⇒ ctan
Secante ⇒ Sec
Coscecante ⇒ cSc

Recordemos las razones trigonométricas para un triángulo rectángulo.

Sea el Triángulo



hay que tener en cuenta que para el ángulo "α"

$a \rightarrow$ Cateto opuesto
$b \rightarrow$ Cateto adyacente
$c \rightarrow$ hipotenusa

1) $\operatorname{Sen} \alpha = \frac{co}{hip} = \frac{a}{c}$

2) $\operatorname{Cos} \alpha = \frac{ca}{hip} = \frac{b}{c}$

3) $\tan \alpha = \frac{co}{ca} = \frac{a}{b}$

4) $\tan \alpha = \frac{ca}{co} = \frac{b}{a}$

5) $\operatorname{Sec} \alpha = \frac{hip}{ca} = \frac{c}{b}$

6) $\csc \alpha = \frac{hip}{co} = \frac{c}{a}$

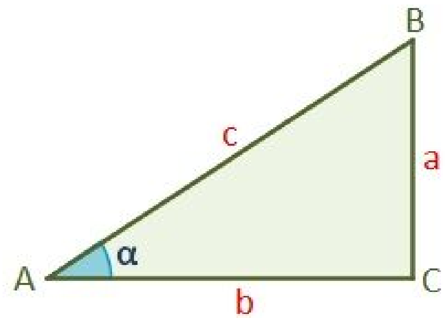
Con base en lo anterior, hay que tener muy en cuenta que existen seis funciones trigonométricas, igual que las razones trigonométricas y que estas funciones se pueden representar de la siguiente forma:

$$y = Sen(\alpha) \qquad y = cTan(\alpha)$$
$$y = Cos(\alpha) \qquad y = Sec(\alpha)$$
$$y = Tan(\alpha) \qquad y = Csc(\alpha)$$

Con los ángulos entre 0° y 360°(2πradianes).

Observemos el circulo de radio uno o unitario, siendo esta la herramienta para obtener la gráfica de dichas funciones.

- Vamos con la función y=Sen (α), siendo el Angulo alfa (α) en este caso la variable independiente y esta variara de 0° a 360°

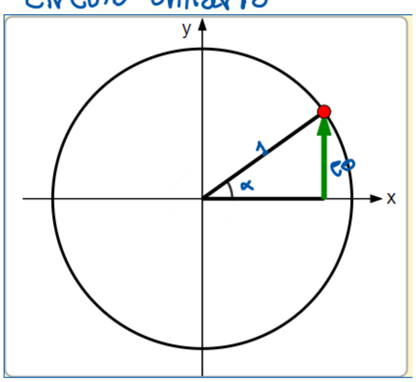


El **seno** de un **ángulo α** se define como la **razón** entre el cateto opuesto (a) y la hipotenusa (c).

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

Observemos los datos proporcionados por el círculo unitario para esta función.

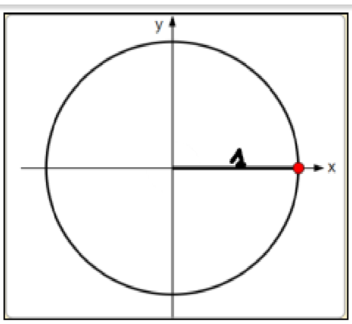
Circulo Unitario



Como $y = \operatorname{Sen}\alpha$ y el $\operatorname{Sen}\alpha = \frac{co}{hip} = \frac{y}{1}$

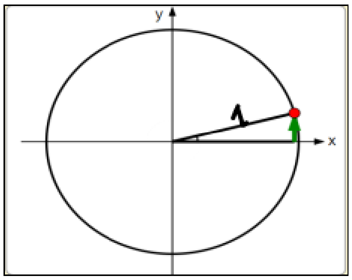
Despejando $y = 1.\operatorname{Sen}\alpha$ Por lo tanto si $\alpha = 0°$ $y = 1 \times \operatorname{Sen} 0°$; Si $\alpha = 15° \rightarrow y = 1 \times \operatorname{Sen} 15°$; Si $\alpha = 30° \rightarrow y = \operatorname{Sen} 30°$; Si $\alpha = 45° \rightarrow y = \operatorname{Sen} 45°$ etc

Construyendo una tabla de valores para y= Sen (α) se obtiene los siguientes valores, siguiendo la siguientes instrucciones



En este caso el $\alpha = 0°$ si dicho ángulo es 0° En el dibujo no existe ningun tipo de movimiento en y por lo tanto el Sen(0°) es 0.

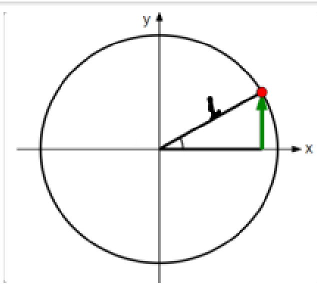
ALCALDÍA DE SANTIAGO DE CALI
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN



Para este caso el $\alpha = 15°$ por tanto el $\operatorname{Sen} 15° = 0{,}26$ aprox

Ángulo = 15.0°

$\sin\theta = \frac{y}{1} = 0.259$

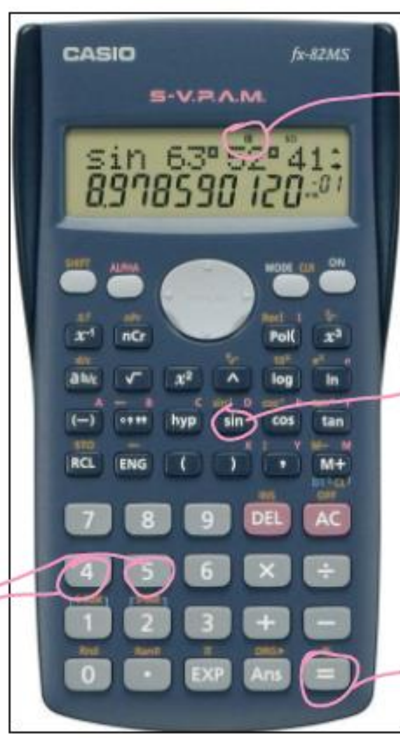


En este caso el ángulo $\alpha = 30°$ por tanto el $\operatorname{Sen} 30° = 0{,}5$

Ángulo = 30.0°

$\sin\theta = \frac{y}{1} = 0.50$

Para obtener los siguientes resultados, simplemente tomamos la calculadora científica y presionamos la tecla (Sin) y con el teclado número colocamos el valor del ángulo

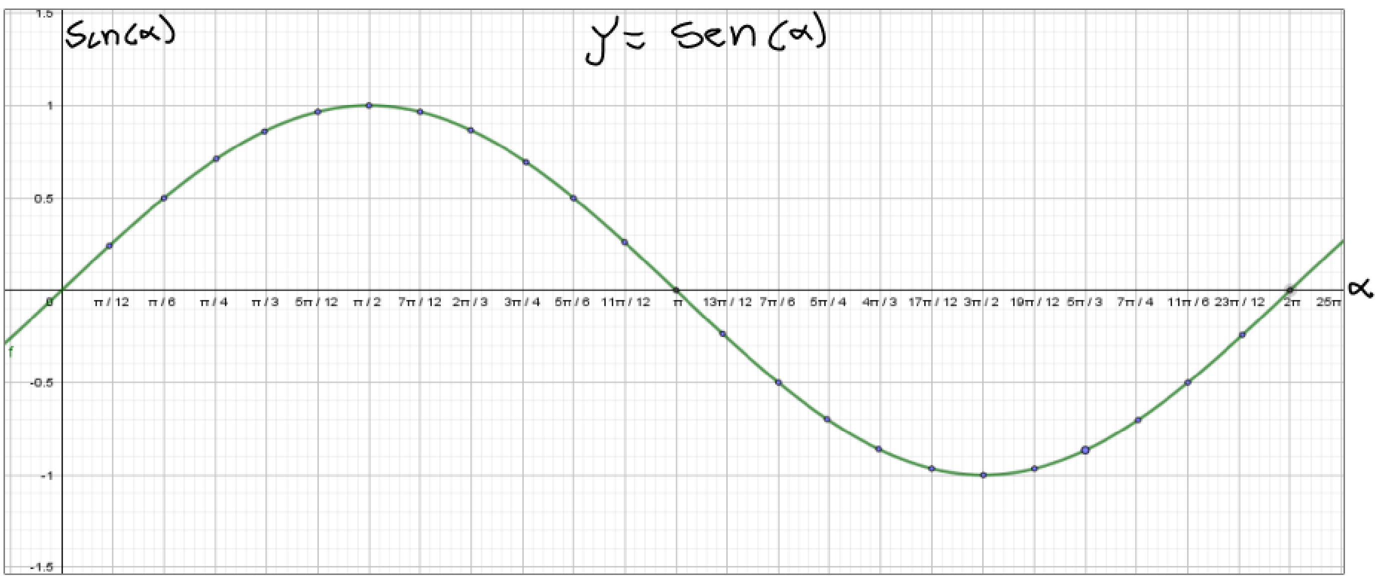


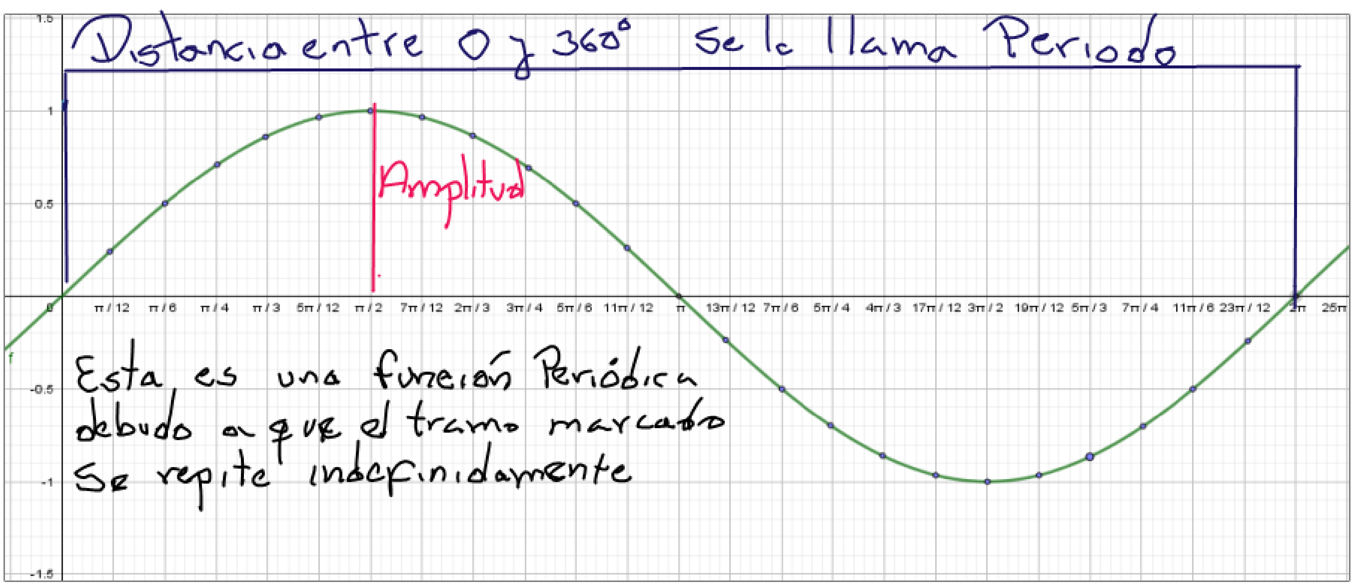
Lic. DAVID ADRIAN SALGADO ARIAS Y JOSE NOLBERTO PATIÑO CALDERON

α	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210
Sen(α)	0	0.26	0.5	0.71	0.87	0.97	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0	-0.26	-0.5

α	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360
Sen(α)	-0.71	-0.87	-0.97	-1	-0.97	-0.87	-0.71	-0.5	-0.26	0

Nótese como el valor más alto en el eje y es uno (1) y el valor más bajo en dicho eje es (-1), si ubicamos los ángulos en el eje "x" y el valor de Sen (α) en el eje y obtenemos la siguiente gráfica.





Tengamos en cuenta que el **Dominio** del seno son todos los reales y el **Rango** es el intervalo cerrado [-1;1]

Actividad tres función seno

En hojas de papel milimetrado o papel cuadriculado realizar las siguientes graficas que se proponen y al final compararlas con la gráfica de y = Sen (α) y sacar como mínimo tres conclusiones de lo que observas.

Tenga en cuenta que al ángulo (α) debe de ir de 15° en 15°

1). $y = 2Sen(\alpha)$

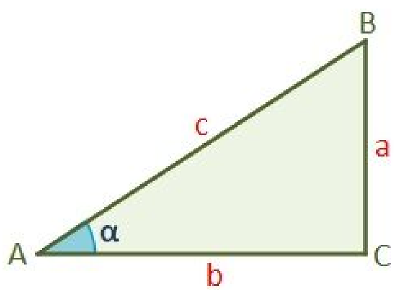
2). $y = \frac{1}{3}Sen(\alpha)$

3). $y = Sen(3\alpha)$

4). $y = Sen\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$

5). $y = Sen\left(\alpha + 15\right)$

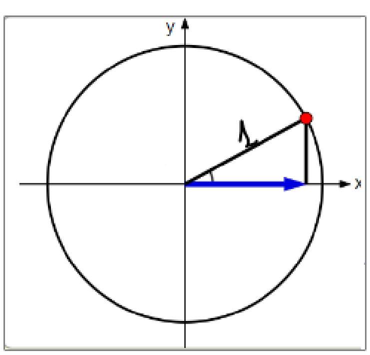
- Vamos con la función, $y = Cos\left(\theta\right)$ siendo el Angulo teta (Θ) en este caso la variable independiente y esta variara de 0° a 360°



El **coseno** de un **ángulo Θ** se define como la **razón** entre el cateto contiguo o cateto adyacente (*b*) y la hipotenusa (*c*).

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

Observemos los datos proporcionados por el círculo unitario para esta función.



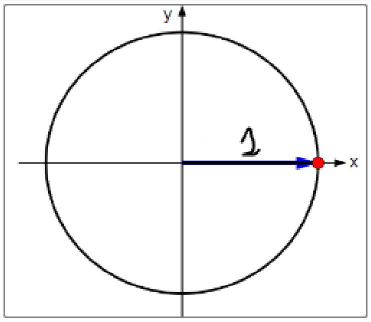
A diferencia del Seno en el coseno se puede ver que la linea Azul representa el cateto Adyacente y la hipotenusa es 1

$y = 1 \cdot Cos(\Theta)$

Con el ángulo entre 0° y 360° ó (2π rad)

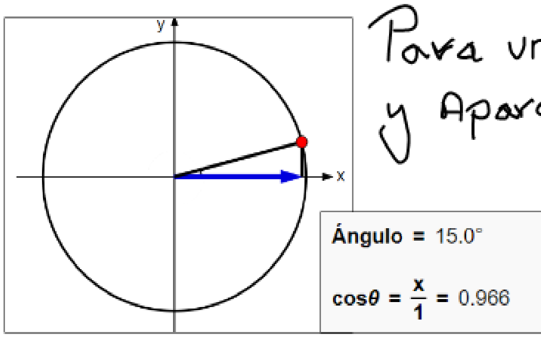
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
INEM Jorge Isaacs
Unidos en el amor formamos la mejor institución
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA GRADO DÉCIMO
TRIGONOMETRIA SEGUNDO PERIODO

Construyendo una tabla de valores para y= Cos (Θ) se obtiene los siguientes valores, siguiendo la siguientes instrucciones.



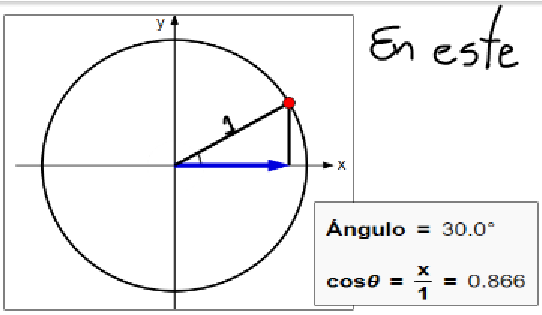
Para este Caso $\theta = 0^\circ$, hay que ver que no Existe un triángulo visible, pero si se observa el cateto Ayacente, la linea azul en este caso tiene la misma longitud de radio, el cual es 1 por tanto el

$\cos(0^\circ) = 1$



Para un ángulo $\theta = 15^\circ$, el segmento Azul se Acorta y Aparece un triangulo rectangulo, Si reemplazamos

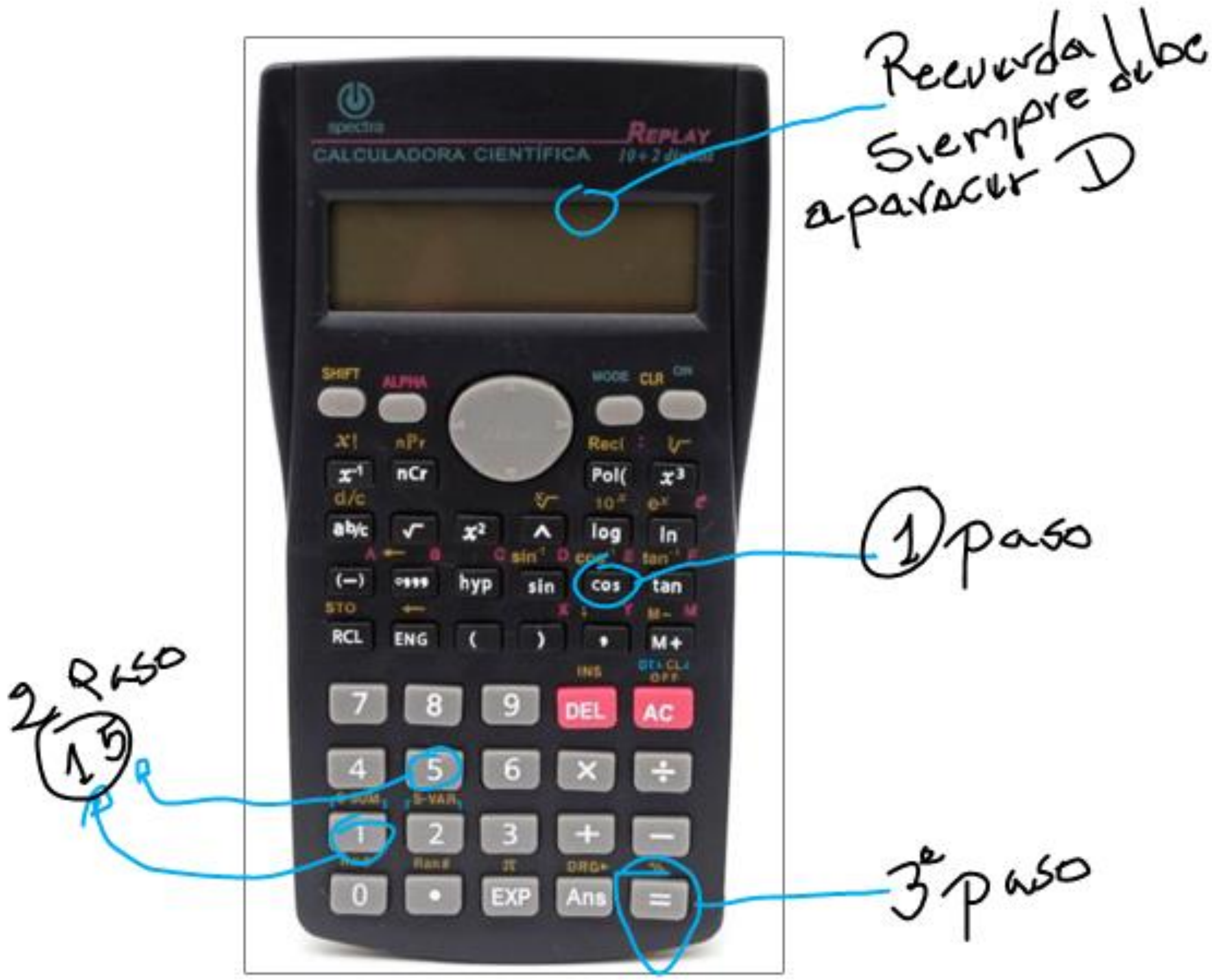
$y = \cos(15^\circ) \Rightarrow 0{,}97$ Aprox



En este caso $\theta = 30^\circ$, reemplazando $y = \cos(\theta)$

$y = \cos(30^\circ) = 0{,}87$ Aprox

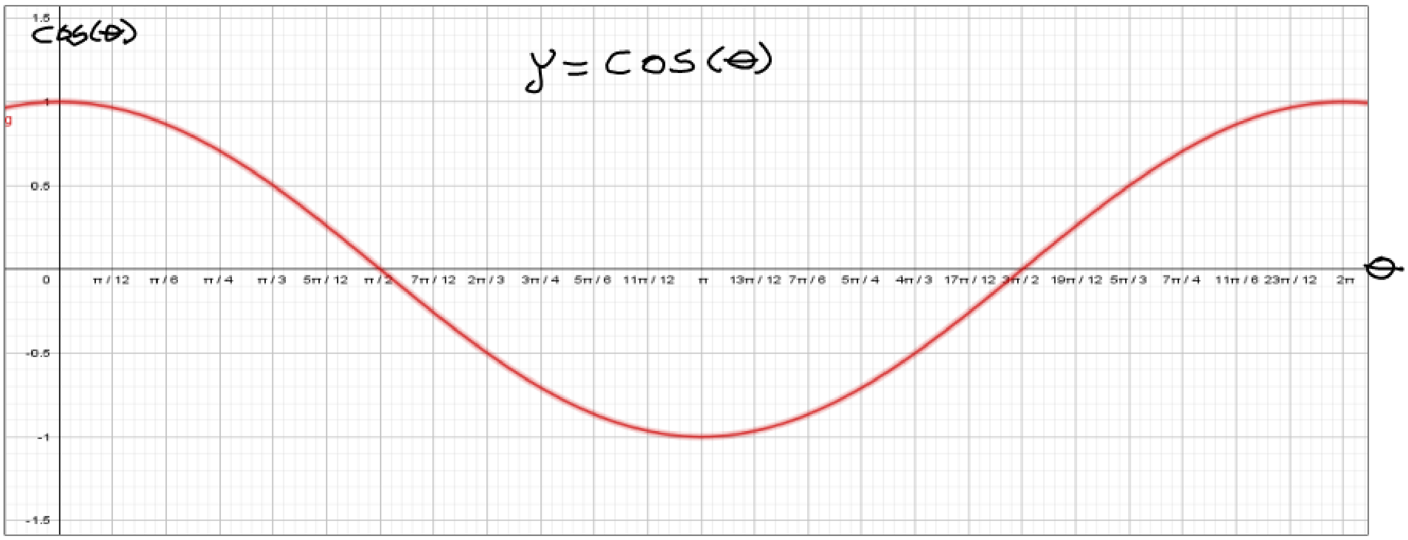
Para obtener los siguientes resultados, simplemente tomamos la calculadora científica y presionamos la tecla (Cos) y con el teclado número colocamos el valor del ángulo

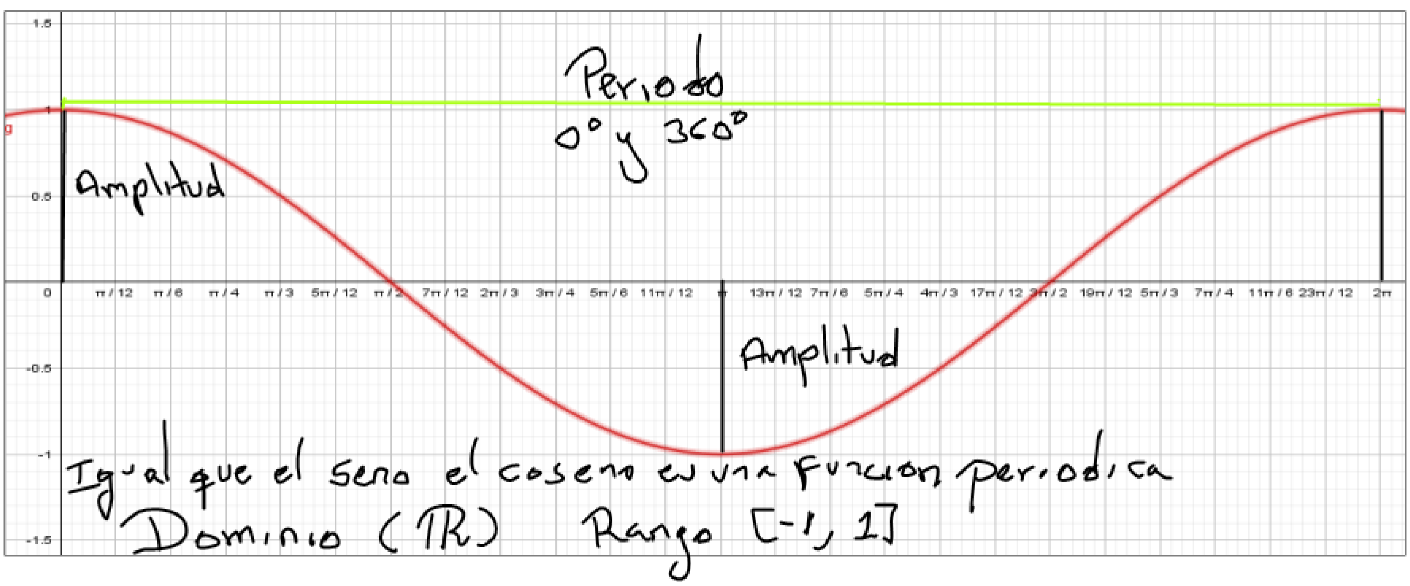


θ	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210
Cos(θ)	1	0.97	0.87	0.71	0.5	0.26	0	-0.26	-0.5	-0.71	-0.87	-0.97	-1	-0.97	-0.87

θ	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360
Cos(θ)	-0.71	--0.5	-0.26	0	0.26	0.5	0.71	0.87	0.97	1

Como en el seno, el coseno tiene un valor más alto de uno (1) y un valor mínimo o más bajo de (-1), si ubicamos los ángulos en el eje “x” y el valor de Cos (θ) en el eje y obtenemos la siguiente gráfica.


cos(θ)
y = cos(θ)
θ
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
π / 12
π / 6
π / 4
π / 3
5π / 12
π / 2
7π / 12
2π / 3
3π / 4
5π / 6
11π / 12
π
13π / 12
7π / 6
5π / 4
4π / 3
17π / 12
3π / 2
19π / 12
5π / 3
7π / 4
11π / 6
23π / 12
2π


Periodo
0° y 360°
Amplitud
Amplitud
Igual que el seno el coseno es una funcion periodica
Dominio (ℝ)
Rango [-1, 1]

Actividad Cuatro función coseno

En hojas de papel milimetrado o papel cuadriculado realizar las siguientes graficas que se proponen y al final compararlas con la gráfica de y = Cos (Θ) y sacar como mínimo tres conclusiones de lo que observas.

Tenga en cuenta que al ángulo (Θ) debe de ir de 15° en 15°

1). $y = 3Cos(\theta)$

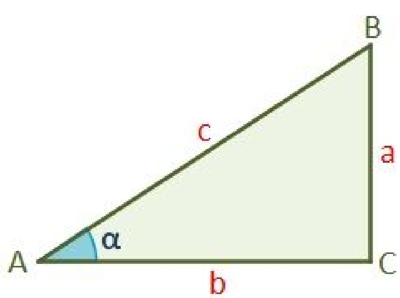
2). $y = \frac{1}{2}Cos(\theta)$

3). $y = Cos(2\theta)$

4). $y = Cos\left(\frac{1}{3}\theta\right)$

5). $y = Cos\left(\theta - 15\right)$

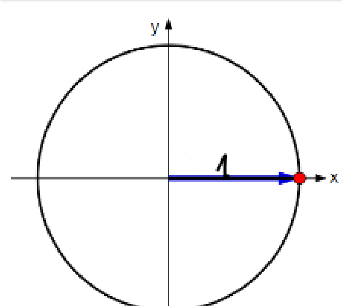
- Vamos con la función $y = Tan(\alpha)$, siendo el Angulo alfa (α) en este caso la variable independiente y esta variara de 0° a 360°



La **tangente** de un **ángulo α** es la **razón** entre el cateto opuesto (a) y el cateto contiguo o cateto adyacente (b).

$$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{a}{b}$$

Observemos los datos proporcionados por el círculo unitario para esta función.

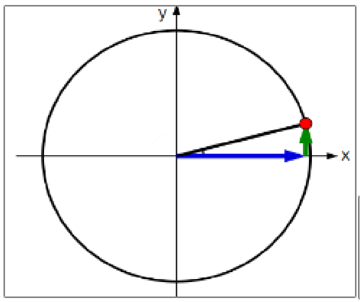


En este caso vemos que en el eje 'y' no hay Levantamiento, mientras que el Segmento azul, tiene el mismo valor del radio y esta sobre el eje 'x'

Ángulo = 0.0°

tanθ = $\frac{y}{x}$ **=** 0.0

$\alpha = 0$ $y = \tan(0) \Rightarrow 0$

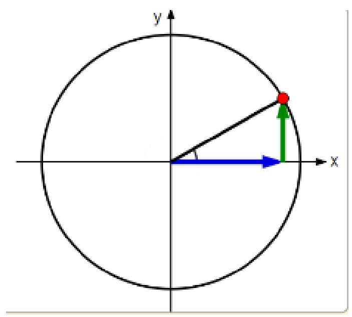


Cuando $\alpha = 15°$ vemos como se va formando un triangulo rectangulo, reemplazando

$$y = \tan(15°) = 0{,}27 \text{ aprox}$$

Ángulo = 15.0°

tanθ = $\frac{y}{x}$ = 0.268

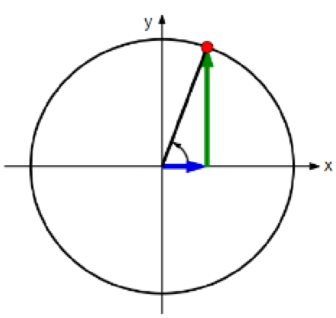


Cuando $\alpha = 30°$, el segmento del eje 'y' va creciendo, mientras el segmento del eje 'x' va disminuyendo reemplazando

$$y = \tan(30°) = 0{,}58 \text{ Aprox}$$

Ángulo = 30.0°

tanθ = $\frac{y}{x}$ = 0.577

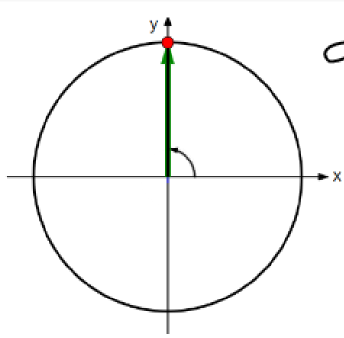


Cuando el angulo $\alpha = 70°$, el segmento que esta sobre 'y' ha aumentado, mientras el segmento que esta sobre el eje 'x' ha disminuido, y a diferencia del seno y coseno el valor es mayor que uno

Ángulo = 70.0°

tanθ = $\frac{y}{x}$ = 2.747

$$y = \tan(70°) = 2{,}75 \text{ Aprox}$$



Cuando $\alpha = 90°$, es un caso especial ya que, el segmento del eje 'x' se hace cero y el segmento en el eje 'y' toma el valor radio que es 1, reemplazando

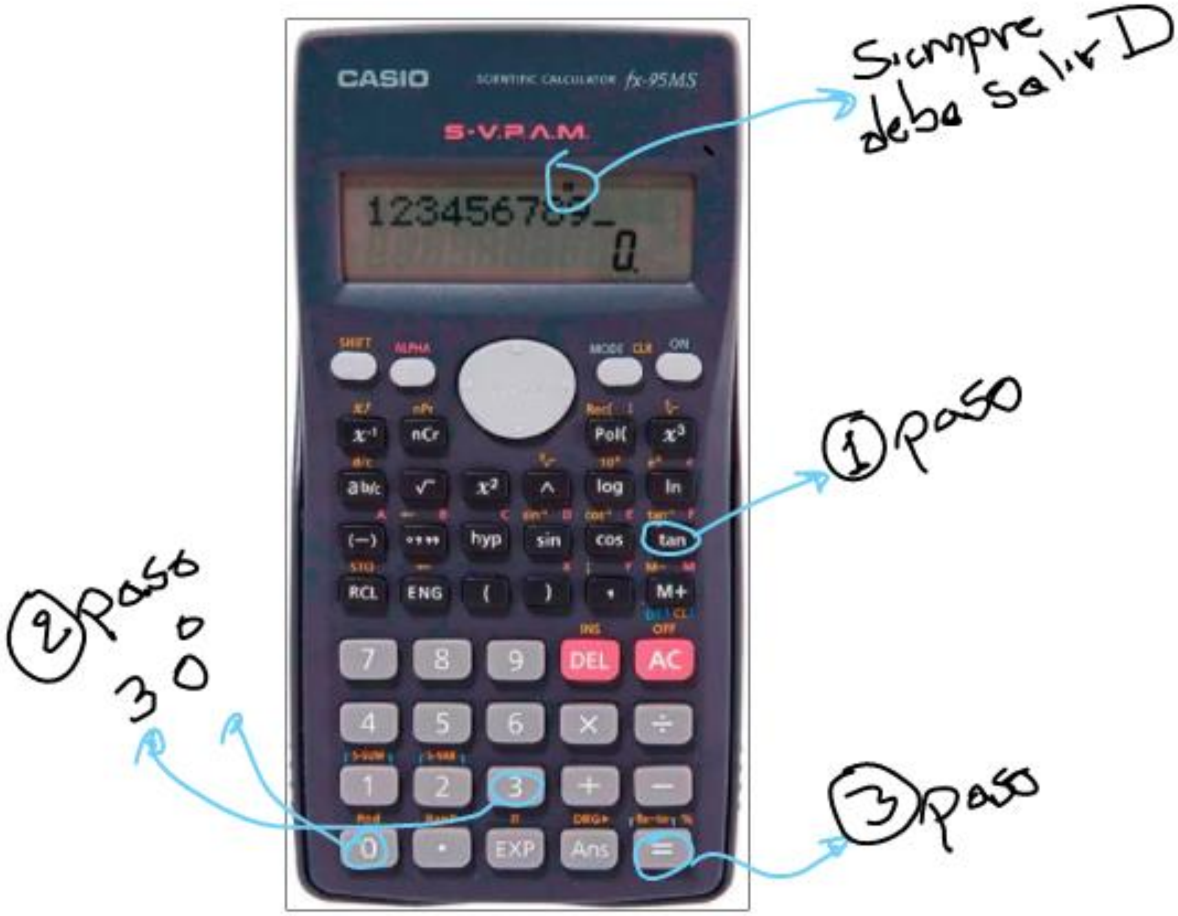
$$y = \tan(90°) = \pm\infty$$

ya que Dividir entre 0 no esta definido

Ángulo = 90.0°

tanθ = $\frac{y}{x}$ = $\pm\infty$

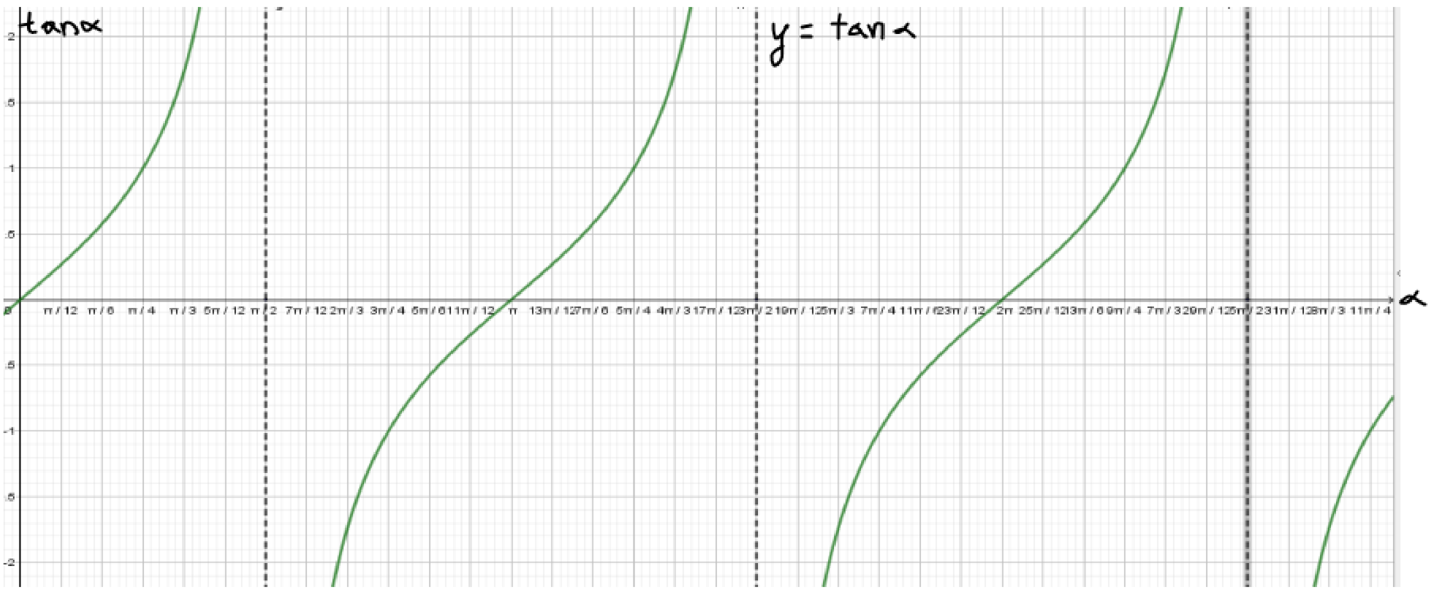
Para obtener los siguientes resultados, simplemente tomamos la calculadora científica y presionamos la tecla (Tan) y con el teclado número colocamos el valor del ángulo

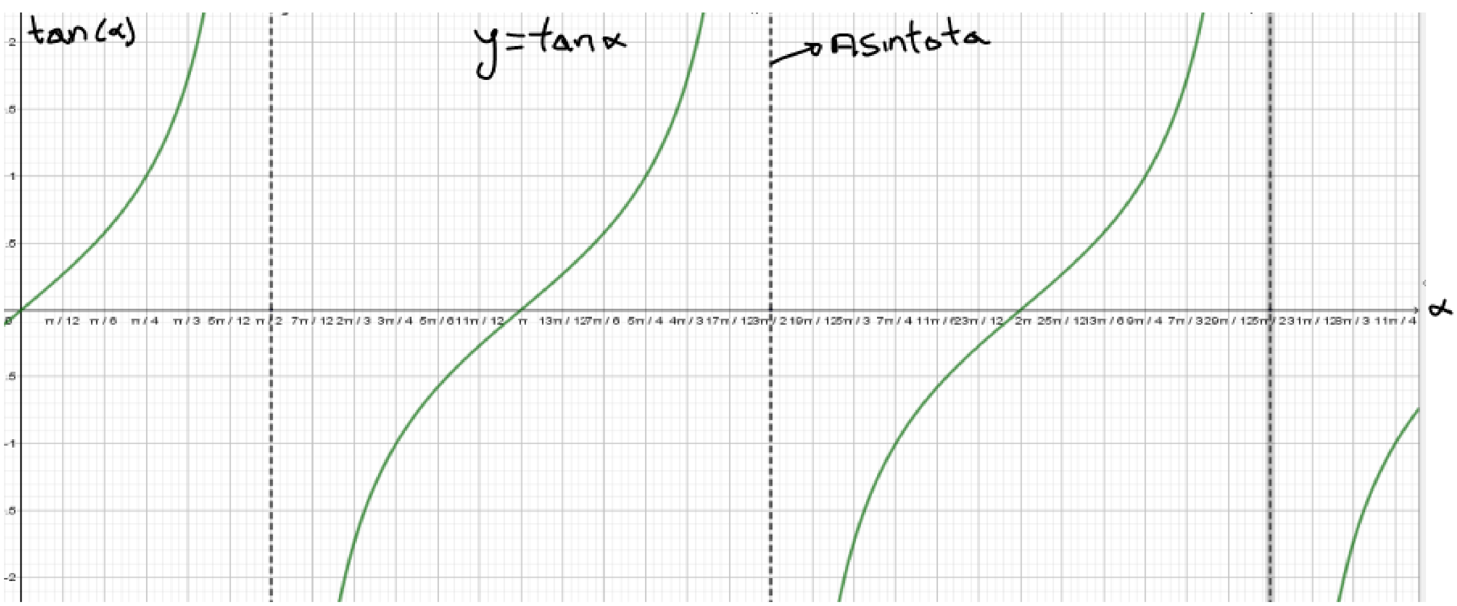


α	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210
Tan(α)	0	0.27	0.58	1	1.73	3.73	∞	-3.73	-1.73	-1	-0.57	-0.27	0	0.27	0.58

α	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360
Tan(α)	1	1.73	3.73	∞	-3.73	-1.73	-1	-0.57	-0.27	0

En la gráfica de la tangente tiene una particularidad, los valores pasan del límite en el seno y el coseno mayores que uno y existe un valor de infinito, esto quiere decir, que en la grafica se trazaran asíntotas, líneas paralelas al eje y que van a pasar por los ángulos 90° y 270°





La función de la **tangente** es **periódica** de período 180º (π radianes).

- **Dominio**: $\mathbb{R}$ (excepto π/2 + *a* · π), siendo *a* un número entero. O, con esta casuística: *x* ≠ ±π/2; ±3π/2; ±5π/2;…
- **Rango**: $\mathbb{R}$

Actividad cinco función Tangente

En hojas de papel milimetrado o papel cuadriculado realizar las siguientes graficas que se proponen y al final compararlas con la gráfica de y = Tan (α) y sacar como mínimo tres conclusiones de lo que observas.

Tenga en cuenta que al ángulo (α) debe de ir de 15° en 15°

1). $y = 2Tan(\alpha)$

2). $y = \frac{1}{2}Tan(\alpha)$

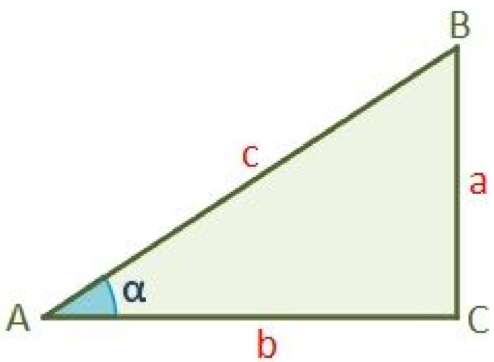
3). $y = Tan(3\alpha)$

4). $y = Tan\left(\frac{1}{3}\alpha\right)$

5). $y = Tan\left(\alpha + 20\right)$

A continuación mostraremos las gráficas de la cosecante, secante y cotangente, teniendo en cuenta que son la razones reciprocas de las tres razones seno, coseno y tangente

Cosecante



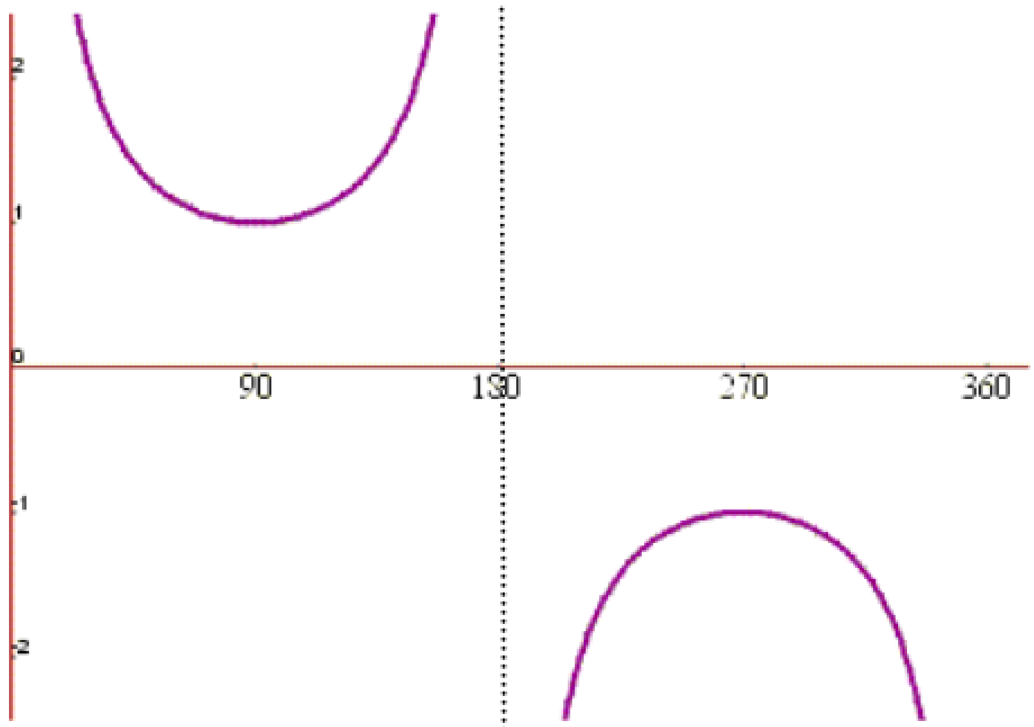
La **cosecante** es la razón trigonométrica recíproca del seno, es decir csc α · sen α=1.

La **cosecante** del **ángulo α** de un triángulo rectángulo se define como la **razón** entre la hipotenusa (c) y el cateto opuesto (a).

$$\csc\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{c}{a}$$

La grafica de la función cosecante es:

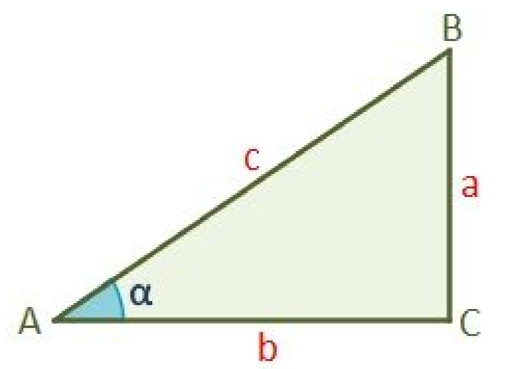
α	Cosec α
0	////
45	1,41
90	1
135	1,41
180	////
225	- 1,41
270	-1
315	- 1,41
360	////



La función de la **cosecante** es **periódica** de período 360º (2π radianes).

- **Dominio**: $\mathbb{R}$ (excepto $a \cdot \pi$), siendo a un número entero.
- **Rango**: $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

Secante:



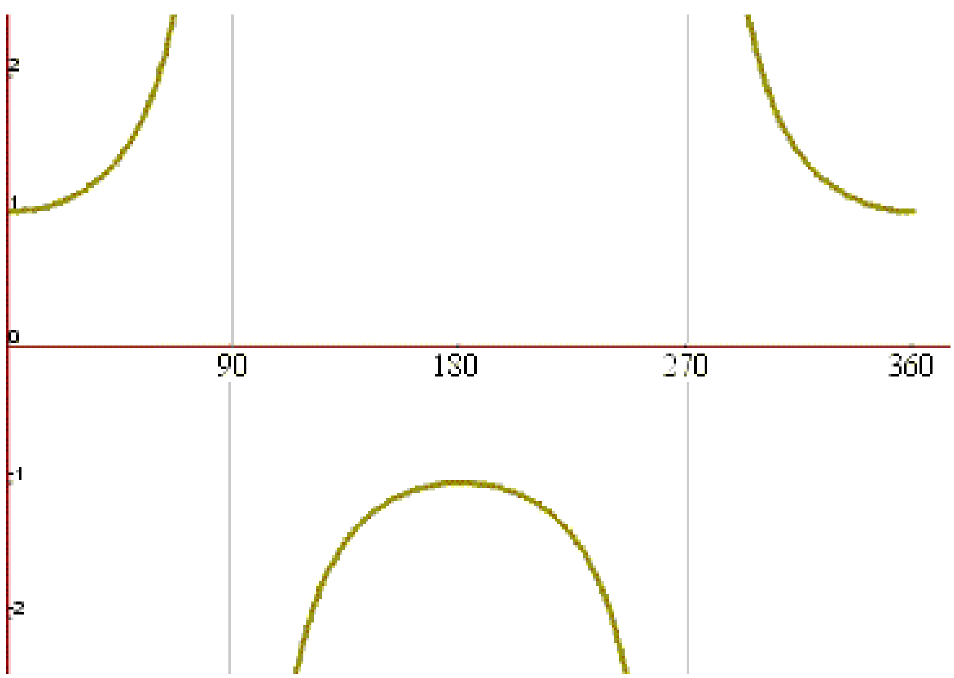
La **secante** es la razón trigonométrica recíproca del coseno, es decir sec α · cos α=1.

La **secante** de un **ángulo α** de un triángulo rectángulo se define como la **razón** entre la hipotenusa (*c*) y el cateto contiguo o cateto adyacente (*b*).

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{hipotenusa}{cateto\ contiguo} = \frac{c}{b}$$

La grafica de la secante es

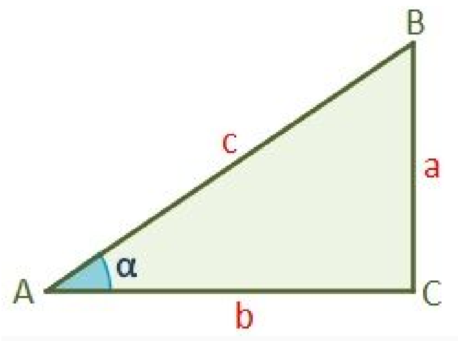
α	sec α
0	1
45	1,41
90	////
135	-1,41
180	-1
225	1,41
270	////
315	1,41
360	1



La función de la **secante** es **periódica** de período 360º (2π radianes).

- **Dominio**: $\mathbb{R}$ (excepto π/2 + *a* · π), siendo *a* un número entero. O, con esta casuística: *x* ≠ ±π/2; ±3π/2; ±5π/2;…
- **Rango**: $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

Cotangente



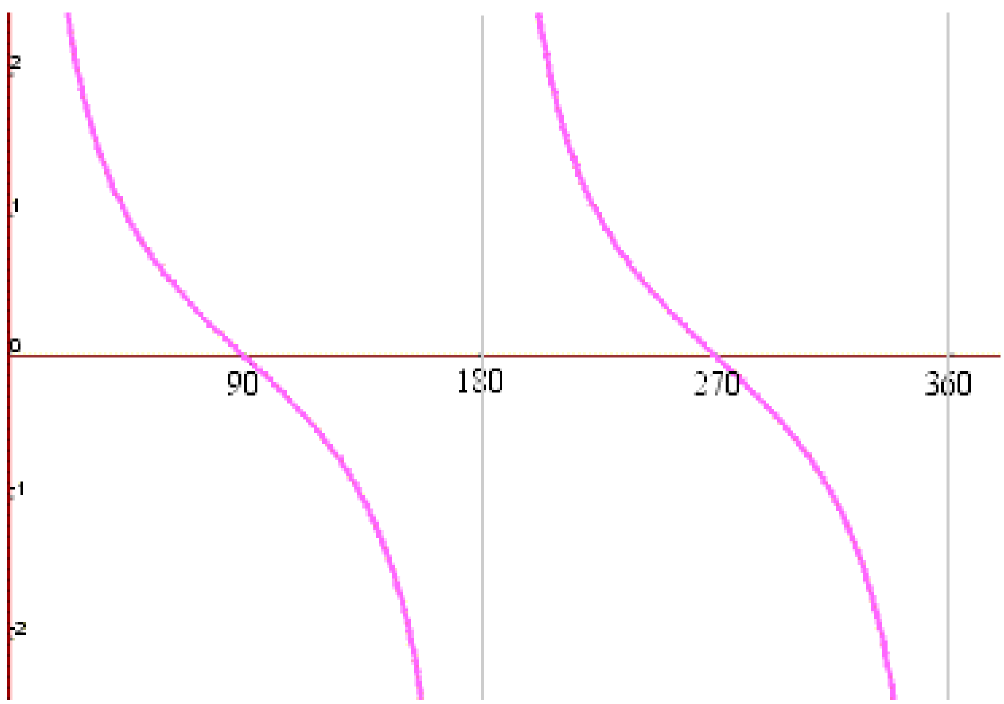
La **cotangente** es la razón trigonométrica recíproca de la tangente, por lo tanto tan α · cot α=1.

La **cotangente** de un **ángulo α** de un triángulo rectángulo se define como la **razón** entre el cateto contiguo o cateto adyacente (b) y el cateto opuesto (a).

$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{cateto\ contiguo}{cateto\ opuesto} = \frac{b}{a}$$

La grafica de la función cotangente es

α	Cotg α
0	////
45	- 1
90	0
135	1
180	////
225	- 1
270	0
315	////
360	- 1



La función de la **cotangente** es **periódica** de período 180º (π radianes).

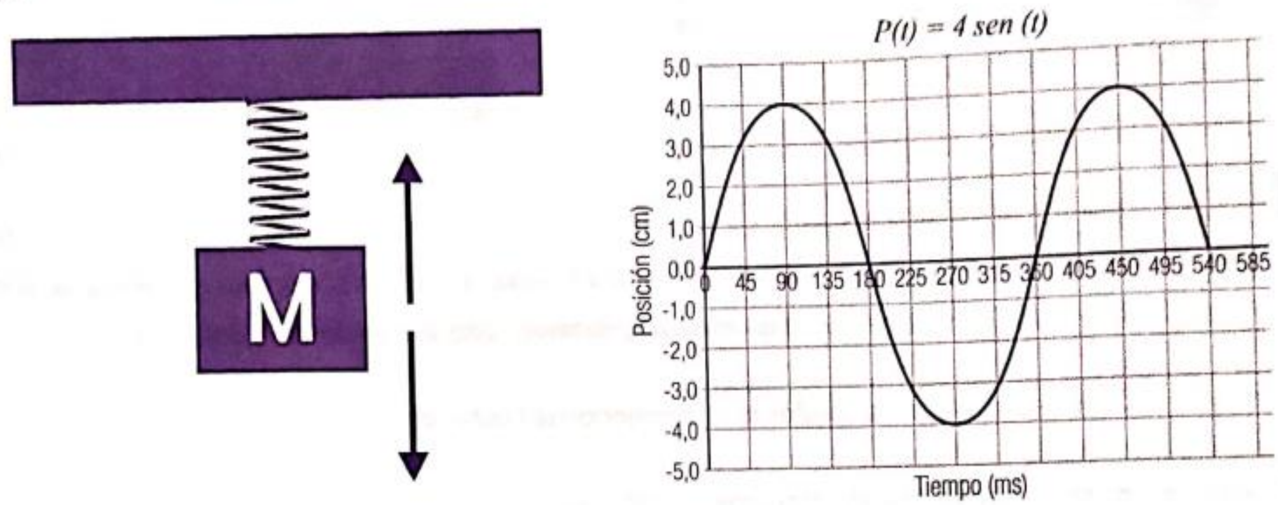
- **Dominio**: $\mathbb{R}$ (excepto a · π), siendo a un número entero.
- **Rango**: $\mathbb{R}$

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
INEM Jorge Isaacs
Unidos en el amor formamos la mejor institución
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA GRADO DÉCIMO
TRIGONOMETRIA SEGUNDO PERIODO

Actividad seis

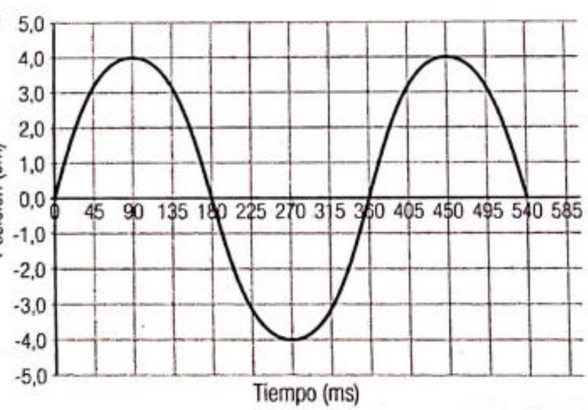
Resolucionar los siguientes problemas:

23. La gráfica representa la función seno para el movimiento de un sistema masa resorte.

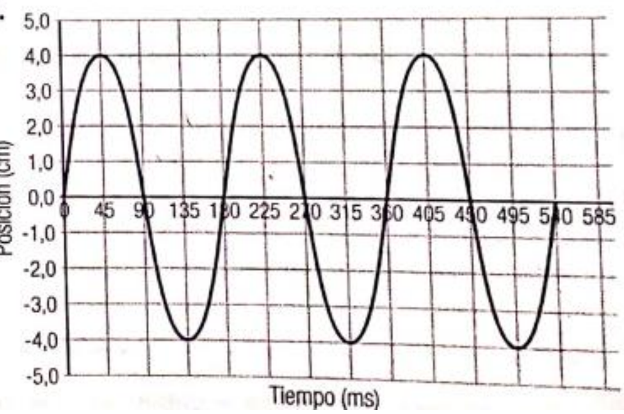


Los estudiantes cambiaron la masa que está colgada y encontraron que el movimiento ahora se encuentra descrito por la ecuación $P(t) = 4\ sen\ (2t)$, la gráfica que representa este movimiento es:

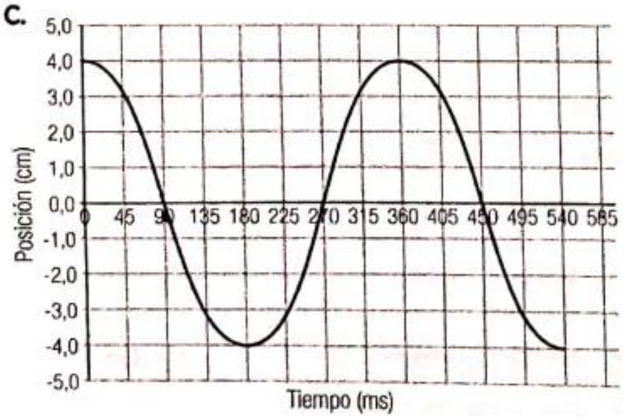
A.



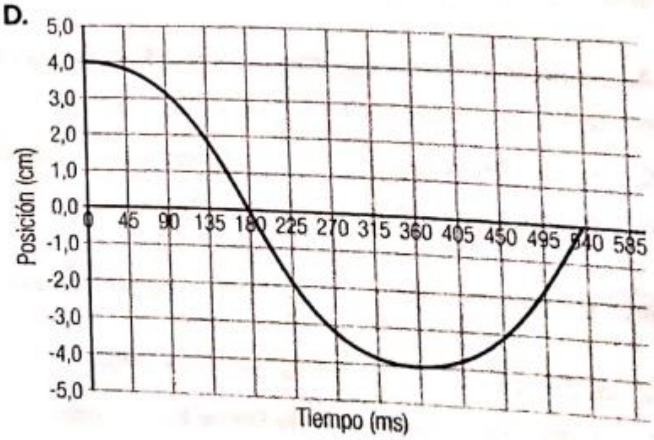
B.



C.



D.



CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN RESPONDE LAS PREGUNTAS 25 Y 26

En la clase de Trigonometría se pide resolver la siguiente ecuación trigonométrica:

$$\cos(\theta) + 5\cos(\theta) = 12$$

Para este ejercicio se realizaron los siguientes pasos:

I. $6\cos\theta = 12$

II. $\cos(\theta) = \dfrac{12}{6} = 2$

III. $\theta = \cos^{-1}(2)$ Despeja el ángulo θ

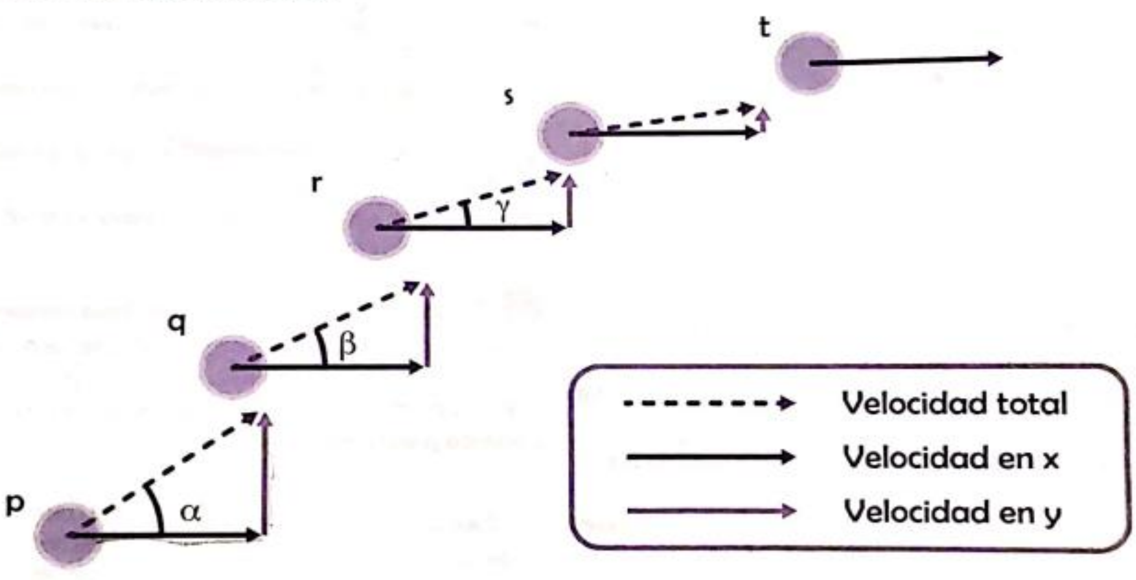
25. En el paso 3 para despejar el ángulo θ se utilizó $cos^{-1}(2)$ que se interpreta como la función

A. secante.
B. cosecante.
C. inversa de seno.
D. inversa de coseno.

26. Al buscar el resultado en la calculadora, aparece que es un error matemático, esto se debe a que el

A. dominio de la función coseno está comprendido por [-1,1]
B. rango de la función coseno está comprendido por [-1,1]
C. coseno de cualquier ángulo siempre es positivo en el primer cuadrante.
D. coseno de cualquier ángulo siempre es positivo en el segundo cuadrante.

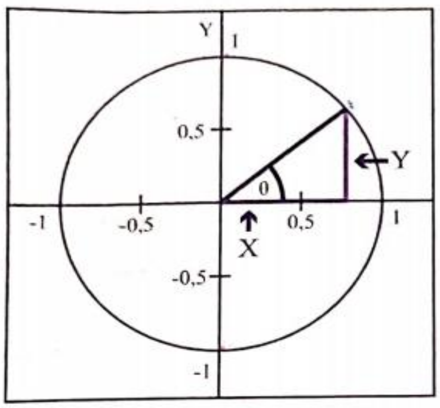
29. Durante un partido de baloncesto se hizo el seguimiento a la velocidad de un balón, el resultado se muestra en la siguiente imagen:



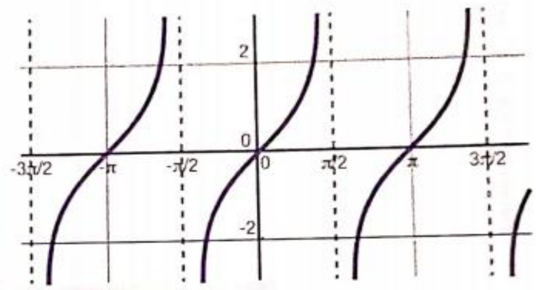
De la imagen se reconoce que la velocidad total va cambiando cuando pasa a través de los puntos p, q, r, s y t, esto se comprueba observando que el cateto

A. opuesto a cada ángulo disminuye.
B. adyacente a cada ángulo aumenta.
C. opuesto a cada ángulo aumenta.
D. adyacente a cada ángulo disminuye.

36. La función tangente se define como la razón entre los catetos de un triángulo rectángulo tal como se presenta en la siguiente gráfica:



$$tan(\theta) = \frac{Y}{X}$$

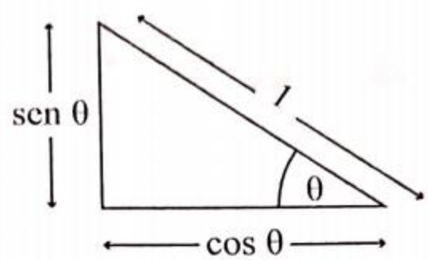


Gráfica de la función tangente

En la imagen se presenta la gráfica de la función tangente la cual presenta asíntotas en algunos ángulos, estas asíntotas se explican porque para estos ángulos

A. el valor de y es uno.
B. el valor de x es cero.
C. la razón y/x es uno.
D. la razón x/y es cero.

40. En clase de Matemáticas la profesora dibuja la siguiente representación:



Frente a esta imagen, un estudiante pregunta: ¿cuál es el ángulo en el que el seno y el coseno son iguales. Para resolver el ejercicio, algunos estudiantes proponen las siguientes soluciones:

Ana: "Propongo graficar las dos funciones y encontrar los puntos donde se crucen las curvas".

Felipe: "Propongo identificar los valores para los cuales el coseno es igual a 1".

Camilo: "Propongo dividir la ecuación $sen\theta = cos\theta$ entre $cos\theta$ a ambos lados y determinar la $tan^{-1}(1)$".

Diana: "Propongo identificar los valores para los cuales el seno es igual a 1".

De las propuestas las que permiten solucionar el ejercicio son las de

A. Diana y Felipe. B. Camilo y Felipe. C. Ana y Diana. D. Ana y Camilo.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA

INEM Jorge Isaacs

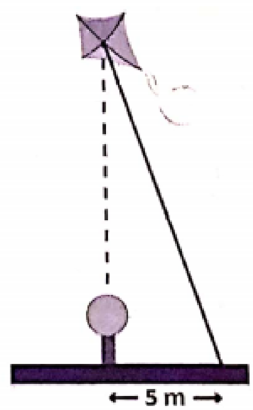
Unidos en el amor formamos la mejor institución

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

GUIA DE APRENDIZAJE EN CASA GRADO DÉCIMO

TRIGONOMETRIA SEGUNDO PERIODO

46. Un grupo de compañeros salieron a elevar una cometa al parque, la cometa cuenta con 13 m de cuerda y con su máxima extensión, se puede ilustrar lo siguiente:



Con esta información se puede determinar que la altura a la cual se encuentra la cometa, respecto al piso, es

A. 14 m
B. 13 m
C. 12 m
D. 11 m

Lo que debo entregar

Debes enviar al correo de tu profesor los procedimientos utilizados para encontrar las respuestas a las actividades #1, #2, #3 y #4 propuesta en la guía de aprendizaje.
Para esto tendrás tiempo hasta el mes de diciembre de 2020.

Juan Carlos Llantén j.llanteninem@gmail.com
Fernando Bastidas ferbas2003@gmail.com
Paulo Cesar Dávalos p.davalosinem@gmail.com
Javier Ochoa j.ochoainem@gmail.com
Juan Carlos Cuero d.ine.juan.cuero@cali.edu.co
José Nolberto Patiño d.ine.jose.patino@cali.edu.co
David Salgado david.salgadoinemcali@gmail.com
Mayerlyn chavarro mchavarromarin@gmail.com
Juan José Jaramillo j.jaramilloinem@gmail.com

Paginas utilizadas

https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones-trigonometricas/
https://www.mty.itesm.mx/dtie/deptos/m/ma00-841-1/FuncionesTrigonometricas.htm
https://phet.colorado.edu/es/simulation/trig-tour

MUCHOS EXITOS

Lic. DAVID ADRIAN SALGADO ARIAS Y JOSE NOLBERTO PATIÑO CALDERON