



“UNIDOS EN EL AMOR FORMAMOS LA MEJOR INSTITUCIÓN”

Departamento de: Matemáticas.
Material: “QUEDATE EN CASA”
Conceptos Previos: Operaciones Básicas
DESARROLLANDO COMPETENCIAS
GUÍA 2 (1 – 31 de marzo 2021) Números Reales

Área: Matemáticas

Asignatura: Cálculo.

Grado: 11°

Periodo: I (lunes 1 de febrero – viernes 7 de mayo)

Tiempo estimado para el desarrollo de la guía 2 por parte de los estudiantes: 4 semanas (1 – 31 de marzo 2021)

Estudiante: _____ Código: _____ Grado: 11°-____ Fecha: _____

Canal en YOUTUBE: <https://www.youtube.com/channel/UCYKmy4RSD8G8Qe2kNfYm-BQ>

Recuerda tus medidas de protección contra el COVID 19. Mantén tus manos limpias. En caso de tener síntomas llama por teléfono a tu servicio de salud para que te el médico te indique que debes hacer, en caso que los síntomas sean tos seca, garganta afectada, fuerte dolor de cabeza y debilidad. La higiene bucal con bicarbonato de soda o sal es el primer paso a combatirlo.

Docente(s):

Guillermo Arias Parra
Fernando Bastidas Parra
Juan José Jaramillo Arcila
Juan Carlos Llanten Montenegro
Javier Hernando Ochoa Arteaga
Justo Javier Ortiz Camacho
Jose Nolberto Patiño
David Adrián Salgado Arias

correo electrónico (envío de trabajos y demás):

d.ine.guillermo.arias@cali.edu.co
d.ine.fernando.bastidas@cali.edu.co
d.ine.juan.jaramillo@cali.edu.co
d.ine.juan.llanten@cali.edu.co
d.ine.javier.ochoa@cali.edu.co
d.ine.justo.ortiz@cali.edu.co
d.ine.jose.patino@cali.edu.co
d.ine.david.salgado@cali.edu.co

CRITERIOS PARA LA VALORACIÓN DE L@S GUÍAS, TALLERES, CONSULTAS, ENTRE OTRAS:

1. Desarrollar la guía 3 de manera individual (pueden utilizar herramientas tecnológicas para trabajar en grupos, pero cada uno envía fotos de su trabajo en su respectivo cuaderno o blog).
2. La guía 3 se debe desarrollar con su debida justificación en el cuaderno, después se deben enviar las fotos del desarrollo del cuaderno de manera organizada en un solo documento (archivo) PDF (el cual se debe llamar con el nombre completo del estudiante, grado y asignatura) al correo electrónico correspondiente al docente asignado.
3. No se permiten fotocopias
4. Para enviar trabajos lo deben hacer utilizando el correo que fue creado por la alcaldía, de lo contrario no será tenido en cuenta, cualquier anomalía comunicar al director de grupo y al profesor para dar una solución.
5. Debe quedar evidencia de todo el trabajo desarrollado en el cuaderno y en el correo electrónico en el cual se envió el mismo, por si se presenta alguna anomalía.
6. Presentar en la fecha estipulada por la institución o el profesor encargado.

Objetivo: Analizar las relaciones y propiedades entre los diferentes conjuntos numéricos para aplicar en problemas de la vida cotidiana.

INTRODUCCIÓN: Por medio del uso de las Números Reales con sus propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de Números Reales se pueden analizar todo tipo de procesos matemáticos numéricos que tienen aplicación en todos los campos de la ciencia y la economía.

QUE VOY A APRENDER

PENSAMIENTO NUMÉRICO

Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.

Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.

Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.

1.1 Nivel(es) de desempeño(s):

Desempeño:

Básico: Interpreta expresiones matemáticas asociadas a relaciones aditivas y multiplicativas en los sistemas numéricos.

Alto: Justifica procedimientos y estrategias para resolver situaciones problema asociadas a relaciones aditivas y multiplicativas en diversos contextos

Superior: Desarrolla y aplica diferentes estrategias para la solución de problemas en contextos tanto de la matemática como de otras disciplinas.

Canal en YOUTUBE: <https://www.youtube.com/channel/UCYKmy4RSD8G8Qe2kNfYm-BQ>

Recuerda que lo importante es la justificación y la redacción del mismo

II. NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales son todos aquellos números de la forma con **a** y **b** **números enteros** y **b** distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra Q.

$$Q = \{a/b \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0\}$$

2. IGUALDAD ENTRE NÚMEROS RACIONALES

$$\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q. \text{ Entonces, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q$, entonces:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

OBSERVACIONES

1. El inverso aditivo (u opuesto) de a/b es $-a/b$, el cual se puede escribir también como a/b es $-b/a$.

2. El número mixto $A b/c$ se transforma a fracción con la siguiente fórmula:

$$\frac{A \cdot c + b}{c}$$

b

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $c/d, a/b \in Q$, entonces:

MULTIPLICACIÓN DIVISIÓN

Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q$, entonces:

MULTIPLICACIÓN

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

DIVISIÓN

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, \quad c \neq 0$$

OBSERVACIÓN

El inverso multiplicativo (o recíproco) de $\frac{a}{b}$ es $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$, con $a \neq 0$

RELACIÓN DE ORDEN EN Q

$$\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q \text{ y } b, d \in \mathbb{Z}^+. \text{ Entonces: } \frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$$

OBSERVACIONES

1. Para comparar números racionales, también se pueden utilizar los siguientes procedimientos:
 - a. igualar numeradores.
 - b. igualar denominadores.
 - c. convertir a número decimal.
2. Entre dos números racionales cualesquiera hay **infinitos** números racionales.

NÚMEROS DECIMALES

Al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción, se obtiene un desarrollo decimal, el cuál puede ser finito, infinito periódico o infinito semiperíodo.

a. Desarrollo decimal finito: Son aquellos que tienen una cantidad limitada de cifras decimales.

Ejemplo: 0,425 tiene 3 cifras decimales

b. Desarrollo decimal infinito periódico: Son aquellos que están formados por la parte entera y el período.

Ejemplo: $0,444\dots = 0,4$

c. Desarrollo decimal infinito semiperíodo: Son aquellos que están formados por la parte entera, un anteperíodo y el período.

Ejemplo: $24,42323\dots = 24,423$

OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

1. Adición o sustracción de números decimales: Para sumar o restar números decimales se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operatoria respectiva.

Así por ejemplo: 0,19

$$\begin{array}{r} 3,81 \\ + 22,2 \\ \hline 26,20 \end{array}$$

2. Multiplicación de números decimales: Para multiplicar dos o más números decimales, se multiplican como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final, de derecha a izquierda, tantos lugares decimales como decimales tengan los números en conjunto. Veamos una multiplicación.

Ejemplo: $3,21 \times 2,3 =$

$$\begin{array}{r} 963 \\ 642 \\ \hline 7,383 \end{array}$$

3. División de números decimales: Para dividir números decimales, se puede transformar el dividendo y el divisor en números enteros amplificando por una potencia en base 10. 2,24: 1,2 se lee 2,24 dividido 1,2.

Así por ejemplo: 2,24: 1,2 se amplifica por 100

224: 120 y se dividen como números enteros

TRANSFORMACIÓN DE DECIMAL A FRACCIÓN

1. Decimal finito: Se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

Por ejemplo: $3,24 \times 100 = 324$

2. Decimal infinito periódico: Se escribe en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

Por ejemplo: $2,1515... = \frac{215 - 2}{99}$

3. Decimal infinito semiperiódico: Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período, seguido de tantos ceros como cifras tenga el ante período.

Por ejemplo: $5,3444... = \frac{534 - 53}{90}$

APROXIMACIONES

Frecuentemente conviene **redondear** o **truncar** un número, dejando una **aproximación** con menos cifras significativas, de las que tiene originalmente.

REDONDEO

Para **redondear** un número decimal finito o infinito se agrega 1 al último dígito que se conserva (redondeo por **exceso**), si el primero de los dígitos eliminados es mayor o igual a 5; si la primera cifra a eliminar es menor que 5, el último dígito que se conserva se mantiene (redondeo por **defecto**). Por lo tanto, como ejemplos, **BAJO ESTA REGLA**, al redondear a la centésima los números 4,748 y 9,5237 se obtiene 4,75 y 9,52, respectivamente.

TRUNCAMIENTO

Para **truncar** un número decimal, se consideran como ceros las cifras ubicadas a la derecha de la última cifra a considerar. De esta manera, como ejemplo, si se trunca a las centésimas el número 2,5698 resulta 2,56.

ESTIMACIONES

La estimación se realiza por medio de un cálculo estimativo, consiste en efectuarlo con cantidades aproximadas por redondeo a las cantidades dadas, reemplazando dígitos distintos de ceros por ceros, dejando la cantidad de cifras significativas que se indique.

Estimaciones de sumas a la decena:

Redondear los números que se van a sumar a la decena más cercana: si el número termina en 0, 1, 2, 3 o 4 redondeamos hacia abajo. Si el número termina en 5, 6, 7, 8 o 9 redondeamos hacia arriba.

La suma de los números redondeados.

La cantidad de redondeo es el número que hemos despreciado o hemos añadido al número para realizar el redondeo.

Si un número lo hemos redondeado hacia arriba y otro hacia abajo no tenemos que hacer nada más.

Si los dos números han sido redondeados hacia abajo y la cantidad de redondeo de los dos números es 5 o mayor tendremos que sumar 10 a la estimación

Si los dos números han sido redondeados hacia arriba y la cantidad de redondeo de los dos números es 5 o mayor tendremos que restar 10 a la estimación

Ejemplo 1.: $52 + 78$

Redondeamos los dos números y sumamos:

$52 \rightarrow 50$

$78 \rightarrow 80$

Sumamos los números redondeados:

$50 + 80 = 130$

Ejemplo 2.: $52 + 74$

Redondeamos los dos números y sumamos:

$52 \rightarrow 50$

$72 \rightarrow 70$

Sumamos los números redondeados:

$50 + 70 = 120$

Como $2+4=6$ es mayor que 5, entonces le sumamos 10 al resultado.

$120 + 10 = 130$

Actividad 1 (Números Racionales)

Apoyo Virtual: YOUTUBE:

<https://www.youtube.com/channel/UCYKmy4RSD8G8Qe2kNfYm-BQ>

En este canal aparecerán vídeos con algunos ejercicios del taller resueltos.

Adición y Sustracción de Fraccionarios. <https://youtu.be/MVKEoL9ulGw>

Adición y Sustracción de Fraccionarios con M.C.M. <https://www.youtube.com/watch?v=tSeYnMQFS-o>

Adición y Sustracción de Número Mixto. https://www.youtube.com/watch?v=JQKAF_oPy5c

Multiplicación y División De Fraccionarios. <https://www.youtube.com/watch?v=Va0tq7jY9KA>

Simplificación de Fracciones. <https://www.youtube.com/watch?v=efnvB6GSBAI>

Fraccionarios Homogéneos, Heterogéneos, Propios e Impropios. <https://www.youtube.com/watch?v=kW9fnFGB6k4>

Ejercicios Resueltos del TALLER de Números Racionales PSU. <https://www.youtube.com/watch?v=BSKL5DRfR0s>

PSU-1: $0,05 / 0,5$

- A) 0,5
- B) 0,1
- C) 0,005
- D) 50

PSU-2: El orden de los números $a = 2/3$, $b = 5/6$ y $c = 3/8$ de menor a mayor es:

- A) $a < b < c$
- B) $b < c < a$
- C) $b < a < c$
- D) $c < a < b$
- E) $c < b < a$

PSU-3: $40 - 20 \times 2,5 + 10 =$

- A) 0
- B) -20
- C) 60
- D) 75
- E) 250

PSU-4: $9/8 - 3/5$

- A) 0,15
- B) 0,5
- C) 0,52
- D) 0,525
- E) 2

PSU-5: Si $t = 0,9$ y $r = 0,01$, entonces: $\frac{t - r}{r}$

- A) 80,89
- B) 80,9
- C) 88,9
- D) 89
- E) Ninguno de los valores anteriores

PSU- 6 : En la igualdad $\frac{1}{P} = \frac{1}{Q} - \frac{1}{R}$, si P y R se reducen a la mitad, entonces para que se mantenga el equilibrio, el valor de **Q** se debe

- A) duplicar.
- B) reducir a la mitad.
- C) mantener igual.
- D) cuadruplicar.
- E) reducir a la cuarta parte.

PSU- 7 : En la igualdad $\frac{1}{P} = \frac{1}{Q} - \frac{1}{R}$, si P y R se reducen a la mitad, entonces para que se mantenga el equilibrio, el valor de **Q** se debe

- A) duplicar.
- B) reducir a la mitad.
- C) mantener igual.
- D) cuadruplicar.
- E) reducir a la cuarta parte.

PSU-8: Juan dispone de \$ 6.000 para gastar en entretenición. Si se sabe que cobran \$1.000 por jugar media hora de pool y \$600 por media hora en Internet, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Juan puede jugar a lo más 3 horas de pool
- II) Juan puede conectarse a lo más 5 horas en Internet
- III) Juan puede jugar 1,5 horas de pool y conectarse 2,5 horas a internet

- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

PSU- 9 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} =$

- A) 3
- B) $\frac{1}{x^3}$
- C) $\frac{3}{x}$
- D) $\frac{1}{3x}$
- E) $\frac{3}{x^3}$

PSU- 10

Si $P = \frac{1}{2}RH$, entonces H^{-1} es igual a:

- A) $\frac{2P}{R}$
- B) $-\frac{R}{2P}$
- C) $-\frac{2P}{R}$
- D) $\frac{2R}{P}$
- E) $\frac{R}{2P}$

PSU- 11

$$: \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} =$$

- A) $\frac{5}{12}$
- B) $\frac{2}{15}$
- C) $\frac{1}{9}$
- D) $\frac{2}{3}$
- E) $\frac{1}{4}$

PSU-12: Una persona debe recorrer 12,3 kilómetros y ha caminado 7.850 metros. ¿Cuánto le falta por recorrer?

- A) 4,45 km
- B) 4,55 km
- C) 5,55 km
- D) 5,45 km
- E) 6,62 km

PSU-13: Si a es un número natural mayor que 1, ¿cuál es la relación correcta entre las fracciones?

$$p = \frac{3}{a} \quad t = \frac{3}{a-1} \quad r = \frac{3}{a+1}$$

- A) $p < t < r$
- B) $r < p < t$
- C) $t < r < p$
- D) $r < t < p$
- E) $p < r < t$

PSU-14: Se mezclan 2 litros de un licor P con 3 litros de un licor Q. Si 6 litros del licor P valen \$ a y 9 litros del licor Q valen \$ b , ¿cuál es el precio de los 5 litros de mezcla?

- A) \$ $\frac{a+b}{3}$
- B) \$ $\frac{a+b}{5}$
- C) \$ $(2a+3b)$
- D) \$ $\frac{3a+2b}{18}$
- E) \$ $\frac{5 \cdot (3a+2b)}{18}$

PSU-15: Juan tiene un bidón de 5 litros de capacidad, llenado hasta los $2\frac{1}{3}$ litros. ¿Cuántos litros le faltan para llenarlo?

- A) $2\frac{1}{3}$
- B) $2\frac{2}{3}$
- C) $2\frac{3}{2}$
- D) $3\frac{1}{3}$
- E) $1\frac{2}{3}$

PSU- 16 Sean a , b , c y d números enteros distintos entre sí y distintos de cero. Si $P = \frac{a}{b} + d$ y $Q = \frac{a}{c} + d$, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) $P - Q \neq 0$
- II) $\frac{P}{Q} = \frac{c}{b}$
- III) $P \cdot Q = \frac{a^2}{bc} + d^2$

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas.

PSU-17: tres atletas corrieron los 100 metros planos, Javier cronometró 11,3 segundos, Arturo 11,02 segundo y Marcelo 11,2 segundos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Javier llegó después de Marcelo
- II) Entre Arturo y Marcelo hay 18 centésimas de segundo de diferencia al llegar a la meta
- III) Arturo llegó primero

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

PSU-18: En una receta de un postre para 6 personas se necesitan 200 gramos de azúcar. Si se desea preparar dicho postre para n personas, ¿por cuál número se debe multiplicar n para obtener cuántos gramos de azúcar se necesitan?

- A) 33,3
- B) 200
- C) 1.200
- D) 6
- E) 0,03

PSU-19: $(0,2)^{-2} =$

- A) 5
- B) 10
- C) 25
- D) $\frac{1}{25}$
- E) $\frac{1}{5}$

PSU-20. Se tienen dos cajas: una con seis botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, todas llenas y otra con cuatro botellas de $1\frac{1}{4}$ de litro, todas llenas también. ¿Cuál es el número de botellas de medio litro con las que se puede envasar todo el líquido?

- A) 5
- B) 9
- C) 10
- D) 19
- E) 20

PSU-21. Dada la fracción $\frac{m+t}{mn}$, con $m > 0$ y $t > 0$.

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si a **m** y a **t** se le agrega 1, entonces la fracción aumenta en 2.
- II) Si el numerador de la fracción se duplica y su denominador se divide por 2, entonces la fracción queda igual.
- III) Si el denominador de la fracción se divide por 3, entonces la fracción se triplica.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

Actividad 2: evaluación

-1: El orden de los números $a = 1/3$, $b = 2/3$ y $c = 4/3$ de menor a mayor es:

- A) $a < b < c$
- B) $b < c < a$
- C) $b < a < c$
- D) $c < a < b$
- E) $c < b < a$

PSU-2: Juan dispone de \$ 6.000 para gastar en entretenimiento. Si se sabe que cobran \$1.000 por jugar media hora de pool y \$600 por media hora en Internet, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Juan puede jugar a lo más 3 horas de pool
- II) Juan puede conectarse a lo más 5 horas en Internet
- III) Juan puede jugar 1,5 horas de pool y conectarse 2,5 horas a internet

- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

PSU-3: Una persona debe recorrer 12,3 kilómetros y ha caminado 7.850 metros. ¿Cuánto le falta por recorrer?

- A) 4,45 km
- B) 4,55 km
- C) 5,55 km
- D) 5,45 km
- E) 6,62 km

PSU-4: Si a es un número natural mayor que 1, ¿cuál es la relación correcta entre las fracciones:

$$p = \frac{3}{a} \quad t = \frac{3}{a-1} \quad r = \frac{3}{a+1}$$

- A) $p < t < r$
- B) $r < p < t$
- C) $t < r < p$
- D) $r < t < p$
- E) $p < r < t$

PSU-5: Se mezclan 2 litros de un licor P con 3 litros de un licor Q. Si 6 litros del licor P valen \$ a y 9 litros del licor Q valen \$ b, ¿cuál es el precio de los 5 litros de mezcla?

- A) \$ $\frac{a+b}{3}$
- B) \$ $\frac{a+b}{5}$
- C) \$ $(2a+3b)$
- D) \$ $\frac{3a+2b}{18}$
- E) \$ $\frac{5 \cdot (3a+2b)}{18}$

PSU-6: Juan tiene un bidón de 5 litros de capacidad, llenado hasta los $2\frac{1}{3}$ litros. ¿Cuántos litros le faltan para llenarlo?

- A) $2\frac{1}{3}$
- B) $2\frac{2}{3}$
- C) $2\frac{3}{2}$
- D) $3\frac{1}{3}$
- E) $1\frac{2}{3}$

PSU-7: tres atletas corrieron los 100 metros planos, Javier cronometró 11,3 segundos, Arturo 11,02 segundo y Marcelo 11,2 segundos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Javier llegó después de Marcelo
- II) Entre Arturo y Marcelo hay 18 centésimas de segundo de diferencia al llegar a la meta
- III) Arturo llegó primero

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

PSU-8: En una receta de un postre para 6 personas se necesitan 200 gramos de azúcar. Si se desea preparar dicho postre para **n** personas, ¿por cuál número se debe multiplicar **n** para obtener cuántos gramos de azúcar se necesitan?

- A) 33,3
- B) 200
- C) 1.200
- D) 6
- E) 0,03

PSU-9. Se tienen dos cajas: una con seis botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, todas llenas y otra con cuatro botellas de $1\frac{1}{4}$ de litro, todas llenas también. ¿Cuál es el número de botellas de medio litro con las que se puede envasar todo el líquido?

- A) 5
- B) 9
- C) 10
- D) 19

E) 20

PSU-10. Dada la fracción $\frac{m+t}{mn}$, con $m > 0$ y $t > 0$.

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Si a **m** y a **t** se le agrega 1, entonces la fracción aumenta en 2.

II) Si el numerador de la fracción se duplica y su denominador se divide por 2, entonces la fracción queda igual.

III) Si el denominador de la fracción se divide por 3, entonces la fracción se triplica.

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) Solo I y II

E) Solo II y III

Bibliografía:

Tomado de: 2012, Álvaro M. Sánchez Vásquez Prof. Matemática y Física